

УДК 621.926.4

Д. В. Михальков¹, кандидат технических наук, доцент,**В. С. Михальков**², кандидат технических наук, доцент

Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования «Белорусско-Российский университет», пр-т Мира, 43, 212000 Могилев, Республика Беларусь, ¹mikhalkovdv@yandex.by, ²mvs1949@mail.ru

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ ЩЕБНЯ В ДРОБИЛЬНОЙ УСТАНОВКЕ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ ВАЛОМ

Проведено исследование движения ударных элементов центробежной дробильной установки с вертикальным валом до соударения с частицей материала. Рассчитаны скорости центров масс звеньев ударных элементов. Описанный процесс колебания ударных элементов характеризуется существенной неустойчивостью по отношению к разбросу входных параметров, что учитывается при составлении модели. Составлено выражение кинетической энергии в общем виде с учетом движения ударных элементов, шарниров, ротора и звеньев. Составлено выражение кинетической энергии в аналитической форме. Получены значения координат положения ударного элемента в функции времени на отрезке. Составлены уравнения Лагранжа 2-го рода для вращающейся системы дробильной установки. Получены схемы четвертого порядка точности, образующие семейство четырехчленных схем, как имеющий достаточную точность при отсутствии громоздкости. Разработан численно-аналитический алгоритм, позволяющий получить дискретные значения функции на протяжении конечного промежутка времени.

Ключевые слова: ударные элементы; дробильная установка; обобщенные координаты; центры масс звеньев; коэффициенты трения в шарнирах; координаты точек.

Рис. 3. Библиогр.: 7 назв.

D. V. Mikhalkov¹, PhD in Technical Sciences, Associate Professor,**V. S. Mikhalkov**², PhD in Technical Sciences, Associate Professor

Inter-state Institution of Higher Education “Belarusian-Russian University”, 43 Mira Ave., 212000 Mogilev, the Republic of Belarus, ¹mikhalkovdv@yandex.by, ²mvs1949@mail.ru

CONSTRUCTION OF MATHEMATICAL MODEL OF CRUSHED STONE GRINDING PROCESS IN CRUSHING UNIT WITH VERTICAL SHAFT

The study of the movement of centrifugal crushing plant impact elements with a vertical shaft before collision with a particle of material has been carried out. The velocities of the links mass centers of the impact elements have been calculated. The described process of shock elements vibration is characterized by significant instability with respect to the input parameters spread, which is taken into account when compiling the model. The expression of kinetic energy in a general form is compiled taking into account the movement of shock elements, hinges, rotor and links. The expression of kinetic energy in analytical form has been compiled. The coordinates values of the impactor position in the function of time on the segment have been obtained, the Lagrange equations of the 2nd kind for the rotating system of the crushing plant have been compiled. Schemes of the fourth order of accuracy have been obtained, forming a family of four-term schemes, as having sufficient accuracy in the bulkiness absence. A numerical-analytical algorithm has been developed to obtain of the function discrete values over a finite period of time.

Key words: impact elements; crushing plant; generalized coordinates; centers of links mass; friction coefficients in hinges; points coordinates.

Fig. 3. Ref.: 7 titles.

Введение. Строительное материаловедение регламентирует основные закономерности формирования конгломератной структуры применяемых строительных материалов. Предъявляются требования к размерам, форме, фракционному составу, формированию взаимосвязанных композиций и другим характеристикам.

Группу материалов, подвергающихся дезинтеграции, составляют различные виды минерального сырья, которые требуется измельчать в процессе создания материалов. Это различные наполнители, рудные и нерудные материалы, отходы металлургических производств, твердое энергетическое топливо. Из-за низкой селективности требуется создавать оборудование в соответствии с точными математическими моделями [1].

Моделирование, применяемое в экспериментальных и теоретических исследованиях, является процессом замещения объекта исследования на модель, изучение которой позволяет получить необходимую информацию об объекте исследования с меньшими материальными затратами и в кратчайшие сроки [2].

Наибольший интерес представляет абстрактное моделирование, связанное с построением абстрактной модели (математическое моделирование). Посредством математических зависимостей составляется достаточно полное описание работы объекта исследования, позволяющее определить его выходные параметры и характеристики. Математическое моделирование дает возможность отказаться от физического моделирования, значительно сокращает объем испытаний и доводочных работ, позволяет обеспечить создание машины с высокими показателями эффективности и качества [3].

Материалы и методы исследования. Моделирование рабочих процессов измельчения твердых материалов связано с исследованием взаимодействия рабочих органов дробильной установки с частицами материала. На выходные параметры процесса измельчения оказывает решающее влияние большое количество факторов: частота вращения рабочего органа машины, размер и масса рабочих ударных элементов, их количество, характеристика перерабатываемого материала, условия подачи материала в дробильную установку, требуемая мощность и др. [4; 5]. Создаваемая математическая модель исследуемой машины должна быть как можно проще, обеспечивая при этом адекватное описание анализируемого процесса, экономична, универсальна. На рисунке 1 представлена промышленная дробильная установка ударного действия с вертикальным расположением вала.



Рисунок 1. — Промышленная дробильная установка ударного действия с вертикальным валом для получения кубовидного щебня

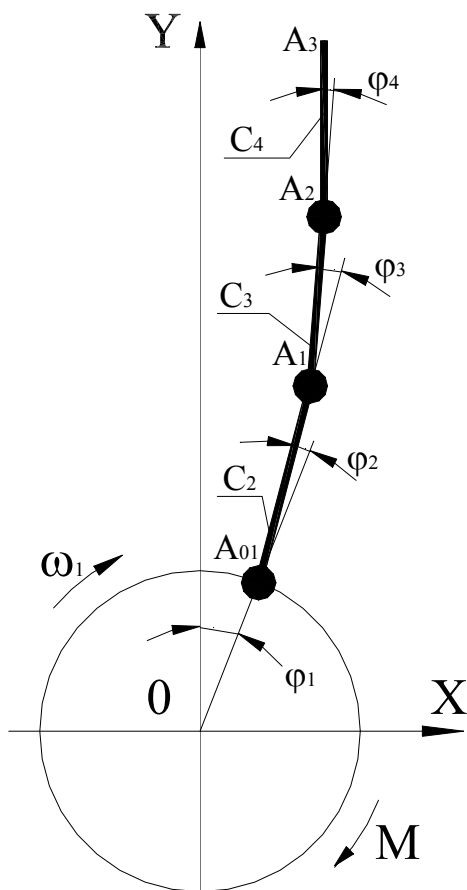


Рисунок 2. — Схема к определению параметров элементов дробилки

Кинетическую энергию системы запишем в следующем виде:

$$T = T_{O1} + T_{A1} + T_{A2} + T_1 + T_2 + T_3 + T_4,$$

где T_{O1}, T_{A1}, T_{A2} — кинетические энергии шарниров;

T_1 — кинетическая энергия вращающегося ротора;

T_2, T_3, T_4 — кинетические энергии звеньев.

Запишем формулы для определения кинетических энергий звеньев и шарниров вращающейся системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 = J_1 \frac{\dot{q}_1^2}{2}; T_{O1} = m_{A1} \frac{V_{O1}^2}{2} = m_{A1} R_1^2 \frac{\dot{q}_1^2}{2}; T_{A1} = m_{A1} \frac{V_{A1}^2}{2}; \\ T_{A2} = m_{A2} \frac{V_{A2}^2}{2}; T_2 = m_2 \frac{V_{C2}^2}{2} + J_1 \frac{\dot{\varphi}_1^2}{2}; \\ T_3 = m_3 \frac{V_{C3}^2}{2} + J_2 \frac{\dot{\varphi}_2^2}{2}; T_4 = m_4 \frac{V_{C4}^2}{2} + J_3 \frac{\dot{\varphi}_3^2}{2}, \end{array} \right.$$

Измельчение щебня в дробильной установке осуществляется при помощи нескольких рядов ударных элементов, закрепленных на валу и вращающихся в горизонтальной плоскости [3; 6].

Исследуем движение ударных элементов центробежной дробильной установки с вертикальным валом до соударения с частицей материала.

Рассматривая рисунок 2, устанавливаем число степеней свободы механизма ($K = 4$), для корректности звено 1 включаем в модель.

В качестве обобщенных координат выберем абсолютный угол поворота φ_1 звена 1; угол поворота звена 2 относительно звена 1 — φ_{2-1} ; угол поворота звена 3 относительно звена 2 — φ_{3-2} ; угол поворота звена 4 относительно звена 3 — φ_{4-3} .

Обозначаем углы поворота звеньев относительно корпуса дробилки: звена 1 (ротора) — φ_1 ; звена 2 относительно звена 1 — φ_2 ; звена 3 относительно звена 2 — φ_3 ; звена 4 относительно звена 3 — φ_4 .

Обобщенные скорости поворота звеньев относительно корпуса дробилки: звена 1 (ротора) — $\dot{\varphi}_1 = \omega_1$; звена 2 относительно звена 1 — $\dot{\varphi}_2$; звена 3 относительно звена 2 — $\dot{\varphi}_3$; звена 4 относительно звена 3 — $\dot{\varphi}_4$.

где J_1, J_2, J_3 — моменты инерции ротора и звеньев 2 и 3 соответственно;
 m_{A1}, m_{A2} — массы шарниров A_1 и A_2 соответственно;
 $V_{O1}, V_{A1}, V_{A2}, V_{A3}$ — абсолютные скорости шарниров O_1, A_1, A_2, A_3 соответственно;
 R_1 — радиус ротора;
 m_2, m_3, m_4 — массы звеньев 2, 3 и 4 соответственно;
 V_{C2}, V_{C3}, V_{C4} — абсолютные скорости центров масс звеньев 2, 3 и 4 соответственно.

Для определения скоростей точек $A_1, A_2, A_3, C_2, C_3, C_4$ воспользуемся координатным методом. Координаты шарниров A_1, A_2, A_3 находим по следующим формулам:

$$\begin{cases} x_{A1} = R_1 \cos \varphi_1 + L_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2); \\ y_{A1} = R_1 \sin \varphi_1 + L_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2); \end{cases} \quad \begin{cases} x_{A2} = x_{A1} + L_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3); \\ y_{A2} = y_{A1} + L_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3); \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{A3} = x_{A2} + L_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4); \\ y_{A3} = y_{A2} + L_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4); \end{cases}$$

где R_1 — радиус звена 1;
 L_2, L_3, L_4 — длины звеньев 2, 3 и 4 соответственно.

Аналогично определяем координаты точек C_2, C_3, C_4 центров тяжести звеньев:

$$\begin{cases} x_{C2} = R_1 \cos \varphi_1 + 0,5L_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2); \\ y_{C2} = R_1 \sin \varphi_1 + 0,5L_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2); \end{cases} \quad \begin{cases} x_{C3} = x_{A2} + 0,5L_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3); \\ y_{C3} = y_{A2} + 0,5L_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3); \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{C4} = x_{A3} + 0,5L_4 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4); \\ y_{C4} = y_{A3} + 0,5L_4 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4). \end{cases}$$

Выражение линейных скоростей точек через обобщенные скорости и координаты весьма громоздко, но не представляет трудности:

$$V_{A1}^2 = \dot{x}_{A1}^2 + \dot{y}_{A1}^2; \quad V_{A2}^2 = \dot{x}_{A2}^2 + \dot{y}_{A2}^2; \quad V_{A3}^2 = \dot{x}_{A3}^2 + \dot{y}_{A3}^2;$$

$$V_{C2}^2 = \dot{x}_{C2}^2 + \dot{y}_{C2}^2; \quad V_{C3}^2 = \dot{x}_{C3}^2 + \dot{y}_{C3}^2; \quad V_{C4}^2 = \dot{x}_{C4}^2 + \dot{y}_{C4}^2.$$

Таким образом, имеем аналитическое выражение для кинетической энергии системы:

$$T = T(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{q}_4, q_1, q_2, q_3, q_4).$$

Активные силы и пары сил: суммарный момент M , действующий на элемент 1, составляющими которого являются движущий момент, момент сопротивления в подшипниках вертикального вала; моменты сухого трения $M_{O1}^f, M_{A1}^f, M_{A2}^f$ в шарнирах O_1, A_1, A_2 и момент сопротивления среды. Моментом сопротивления среды ввиду его малости можно пренебречь.

Определим обобщенные силы:

$$Q_1 = \frac{\delta A_{\delta q_1}}{\delta q_1};$$

$$\delta q_1 = \delta \varphi_1 \neq 0; \quad \delta q_2 = \delta \varphi_2 = 0; \quad \delta q_3 = \delta \varphi_3 = 0; \quad \delta q_4 = \delta \varphi_4 = 0; \quad \delta A_{\delta q} = M \delta q,$$

следовательно, $Q_1 = \frac{M \delta q_1}{\delta q_1} = M.$

Примечание: если $M = \text{const} = 0 \Rightarrow \varepsilon_1 = 0 \Rightarrow \omega_1 = \dot{q}_1 = \text{const} \Rightarrow \varphi_1 + \omega_1 t.$

$$Q_2 = Q_{q_2} = \frac{\delta A_{\delta q_2}}{\delta q_2};$$

$$\delta \varphi_1 = \delta q_1 = 0; \quad \delta \varphi_2 = \delta q_2 \neq 0; \quad \delta \varphi_3 = \delta q_3 = 0; \quad \delta \varphi_4 = \delta q_4 = 0;$$

$$\delta A_{\delta q_2} = \left(- \frac{\dot{q}_2}{|q_2|} M_{O_1}^f - M_{O_1}^C - M_{O_1}^y \right) \delta q_2,$$

где $M_{O_1}^f = f_{O_1} P_{O_1}$, где f_{O_1} — коэффициент трения в шарнире O_1 ; P_{O_1} — нормальная реакция в шарнире O_1 , направлена против перемещения;

$M_{O_1}^C = \mu_{O_1} \dot{q}_2$, где μ_{O_1} — коэффициент вязкого линейного сопротивления в шарнире O_1 , направлен против скорости \dot{q}_2 ;

$M_{O_1}^y = C_{O_1} \varphi_2 = C_1 q_1$, где C_{O_1} — коэффициент упругости в шарнире O_1 .

Коэффициент трения в шарнире можно определить экспериментально либо воспользоваться статистическими данными, полученными на подобных машинах.

Таким образом, получим

$$Q_2 = - \frac{\dot{q}_2}{|q_2|} f_{O_1} P_{O_1} - \mu_{O_1} \dot{q}_2 - C_{O_1} q_1.$$

Аналогично для остальных элементов:

$$Q_3 = Q_{q_3} = \frac{\delta A_{q_3}}{\delta q_3}; \quad \delta q_1 = 0; \quad \delta q_2 = 0; \quad \delta q_3 \neq 0; \quad \delta q_4 = 0;$$

$$\delta A_{q_3} = \left(-\text{sign}(\dot{q}_3) M_{A1}^f - M_{A1}^C - M_{A1}^y \right) \delta q_3,$$

где $\text{sign}(\dot{q}_3) = \frac{\dot{q}_3}{|\dot{q}_3|}$.

$$Q_3 = -\frac{\dot{q}_3}{|\dot{q}_3|} f_{A1} P_{A1} - \mu_{A1} \dot{q}_2 - C_{A1} q_2.$$

$$Q_4 = -\frac{\dot{q}_4}{|\dot{q}_4|} f_{A2} P_{A2} - \mu_{A2} \dot{q}_4 - C_{A2} q_4.$$

Результаты исследования и их обсуждение. Составляем уравнения Лагранжа 2-го рода для вращающейся системы дробильной установки [1, с. 272]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_1} = Q_1; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_2} = Q_2; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_3} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_3} = Q_3; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_4} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_4} = Q_4, \end{cases}$$

или в общем виде

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j,$$

где $j = 1, 4$.

Алгоритм составления математической модели показан на схеме, представленной на рисунке 3 [7, с. 246].

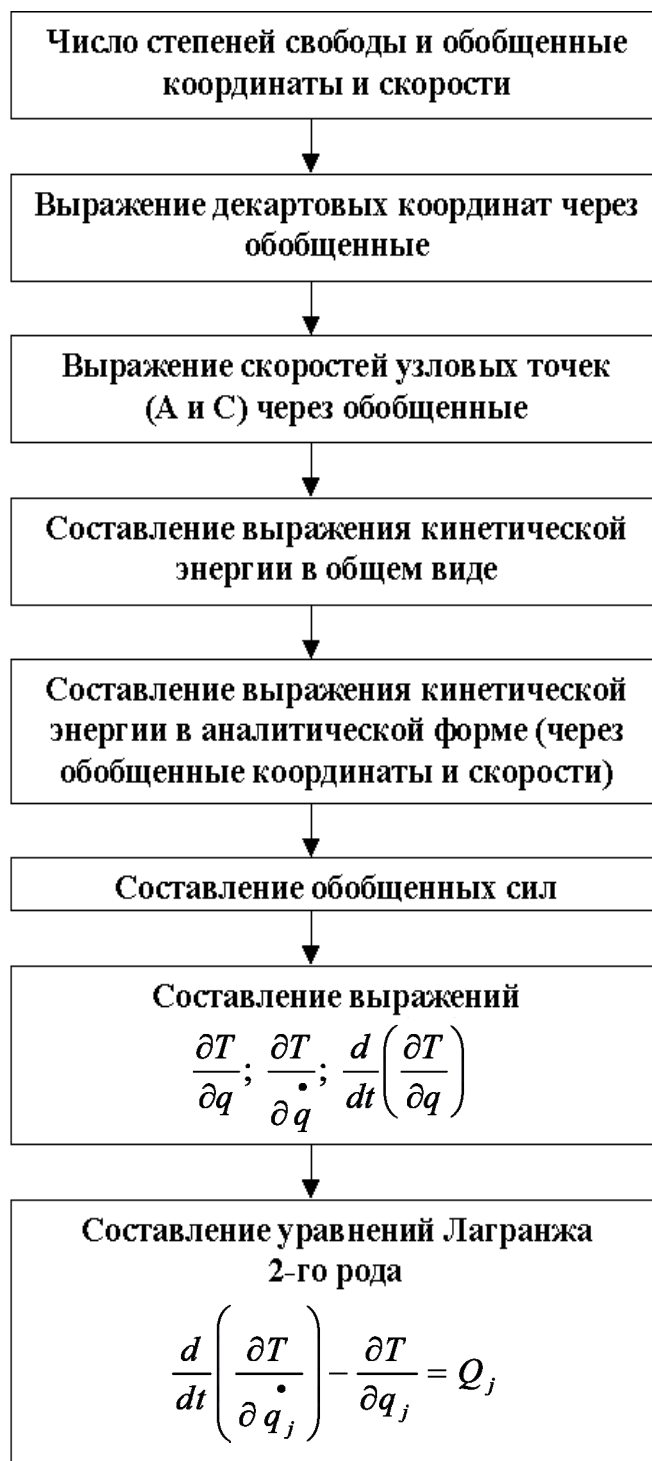


Рисунок 3. — Алгоритм составления математической модели

Заключение. Разработана математическая модель динамики движения ударного элемента дробильной установки, представляющая собой систему уравнений Лагранжа 2-го рода, решение которой возможно с использованием компьютерных программ. Полученные значения координат положения ударного элемента в функции времени на отрезке $(t_0 = 0, T^* = \tau)$ позволяют определить характер перемещения ударного элемента после удара по частице материала, скорости ударного элемента и всех его промежуточных звеньев в любой момент времени.

Список цитированных источников

1. *Березкин, Е. Н.* Лекции по теоретической механике. Динамика системы, динамика твердого тела, аналитическая динамика / Е. Н. Березкин. — М. : Изд-во Моск. ун-та, 1968. — Ч. 2. — 316 с.
2. *Сиваченко, Л. А.* Дробилки ударного действия / Л. А. Сиваченко, В. С. Михальков, Д. В. Михальков // Строит. и дорож. машины. — 2003. — № 12. — С. 27—31.
3. *Михальков, Д. В.* Получение щебня узкофракционного гранулометрического состава как крупного заполнителя для бетона и железобетона // Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві : зб. наук. праць. — Луцьк : Вежа-Друк, 2016. — Вип. 5. — С. 17—24.
4. *Михальков, Д. В.* Получение теплоизоляционных материалов на основе трепела для энергоэффективных ограждающих конструкций / Д. В. Михальков, В. С. Михальков // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. — 2017. — № 4 (57). — С. 143—150.
5. *Михальков, Д. В.* Анализ возможности использования сырьевых материалов Беларуси для получения энергоэффективных ограждающих конструкций / Д. В. Михальков, В. С. Михальков // Вестн. Полоцк. гос. ун-та. Сер. «Строительство. Прикладные науки». — 2017. — № 8. — С. 19—27.
6. *Сиваченко, Л. А.* Получение кубовидного щебня на дробильных установках ударного действия / Л. А. Сиваченко, В. С. Михальков, Д. В. Михальков // Вестн. БГТУ им. В. Г. Шухова. — 2003. — № 6. — С. 371—374.
7. *Калиткин, Н. Н.* Численные методы / Н. Н. Калиткин. — М. : Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1978. — 512 с.

Поступила в редакцию 18.09.2023.