УДК 621.91.01/02

Н. Н. Попок, И. П. Кунцевич, Р. С. Хмельницкий, В. С. Анисимов, Г. И. Гвоздь
Учреждение образования «Полоцкий государственный университет», Министерство образования Республики Беларусь, ул. Блохина, 29, 211440 Новополоцк, Республика Беларусь, +375 (214) 59 18 85, rorctt@mail.ru

ИЗМЕНЕНИЕ ПЕРЕДНИХ И ЗАДНИХ УГЛОВ ЛЕЗВИЯ ФРЕЗЫ ПРИ ОБРАБОТКЕ СФЕРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЕТАЛИ

Анализируется положение режущего лезвия инструмента при обработке сферической поверхности детали в статической и кинематической системах координат, приведены формулы для расчета статических и кинематических переднего и заднего углов лезвия.

Ключевые слова: фрезерование сферических поверхностей; передний угол лезвия; задний угол лезвия; статическая система координат; кинематическая система координат

Рис. 8. Библиогр.: 3 назв.

N. N. Popok, I. P. Kuntsevich, R. S. Hmelnitskiy, V. S. Anisimov, G. I. Gvozd
Polotsk State University, Ministry of Education of the Republic of Belarus, 29 Blokhin Str., 211440 Novopolotsk, Republic of Belarus, +375 (214) 59 18 85, rorctt@mail.ru

CHANGE OF THE FRONT AND REAR ANGLES OF THE CUTTER BLADE DURING PROCESSING OF THE DETAIL’S SPHERICAL SURFACES

The position of the cutting blade of the tool during processing of the detail’s spherical surface in static and kinematic coordinate systems is analyzed; formulas for calculation of static and kinematic front and rear angles of the blade are given.

Key words: milling of spherical surfaces; front angle of the blade; rear angle of the blade; static coordinate system; kinematic coordinate system.

Fig. 8. Ref.: 3 titles.

Введение. Как известно [1], значения геометрических параметров режущих лезвий инструмента в процессе резания изменяются и отличаются от полученных значений при их заточке. Эти изменения зависят от положений как самих лезвий в пространстве, так и отсчетных плоскостей, используемых для определения углов лезвий.

Согласно [2] углы режущих лезвий рассматриваются в статической и кинематической системах координат. Для определения углов режущего лезвия вводятся следующие обозначения и термины: $\vec{V_1}$ — вектор скорости главного движения (вращение инструмента); $\vec{V_{2i}}$ — вектор скорости подачи (вращение заготовки); $\vec{V_P}$ — результирующий вектор скорости резания; $\vec{n_с}$ и $\vec{n_к}$ — вектор нормали, статической и кинематической соответственно; $\vec{\tau_с}$ и $\vec{\tau_к}$ — вектор касательной, статической и кинематической соответственно; $P_{п.\,с}$ и $P_{п.\,к}$ — плоскость резания, статическая и кинематическая соответственно; $P_{\tau с}$ и $P_{\tau к}$ — секущая плоскость, статическая и кинематическая соответственно; $\gamma_с$ и $\gamma_к$ — передний угол, статический и кинематический соответственно; $\alpha_с$ и $\alpha_к$ — задний угол, статический и кинематический соответственно.

Основная часть. Пусть инструмент с закругленной вершиной движется по сферической поверхности со скоростью $\vec{V}_1$, которая направлена по касательной к окружности вращения инструмента (рисунок 1).

Рассмотрим проекцию инструмента на статическую секущую плоскость (рисунок 2).

В статической секущей плоскости показаны вектор скорости $\vec{V}_1$, который расположен в плоскости $P_{\text{п. с}}$ и вектор нормали $\vec{n}_{\text{с}}$, который расположен в плоскости $P_{v.\text{с}}$. Угол, который образует передняя поверхность инструмента с нормальным вектором, есть угол $\gamma_{\text{с}}$ — статический главный передний угол. Угол, который образует задняя поверхность инструмента с плоскостью $P_{\text{п. с}}$, а точнее, с прямой, лежащей в плоскости $P_{\text{п. с}}$ и содержащей вектор скорости $\vec{V}_1$, есть угол $\alpha_{\text{с}}$ — статический главный задний угол.

Рассмотрим инструмент в кинематической системе координат (рисунок 3).

Пусть точка A_i — точка касания инструмента. К этой точке приложены вектор скорости $\vec{V}_1$ который направлен по касательной к окружности движения инструмента,

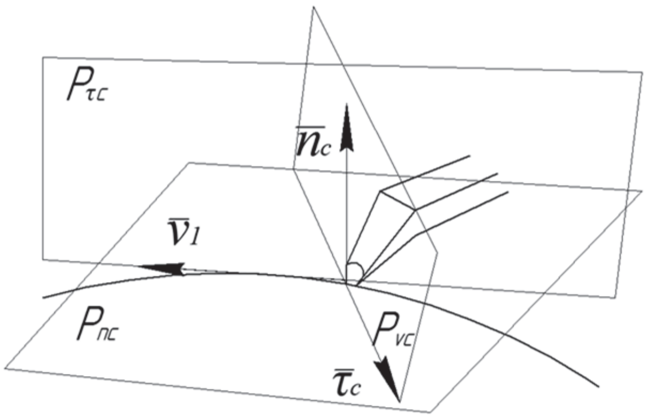

Рисунок 1. — Положение инструмента на сферической поверхности в статической системе координат

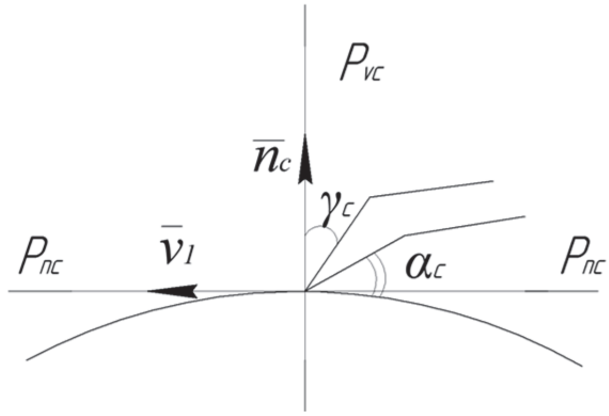

Рисунок 2. — Проекция инструмента на статическую секущую плоскость

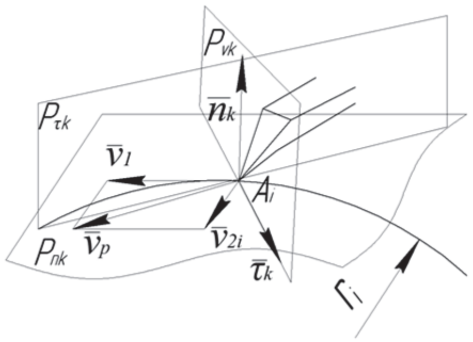

Рисунок 3. — Инструмент в кинематической системе координат

и вектор скорости $\overrightarrow{V_{2i}}$, который направлен по касательной к окружности радиуса r_i. Таким образом, векторы $\overrightarrow{V_1}$ и $\overrightarrow{V_{2i}}$ лежат в одной плоскости $P_{\text{п. к}}$ — кинематической плоскости резания. Значит, в этой плоскости лежит и результирующий вектор скорости $\overrightarrow{V_{\text{р}}}$, который равен геометрической сумме векторов $\overrightarrow{V_1}$ и $\overrightarrow{V_{2i}}$, то есть $\overrightarrow{V_{\text{р}1}} = \overrightarrow{V_1} + \overrightarrow{V_{2_i}}$.

В точке касания A_i перпендикулярно плоскости $P_{\text{п. к}}$ строим вектор $\overrightarrow{n_{\text{к}}}$. Далее через вектор $\overrightarrow{n_{\text{к}}}$ перпендикулярно результирующему вектору скорости $\overrightarrow{V_{\text{р}}}$ строим плоскость $P_{v\text{к}}$ — основная кинематическая плоскость. Через точку A_i перпендикулярно вектору скорости $\overrightarrow{V_{\text{р}}}$ проводим вектор $\overrightarrow{\tau_{\text{k}}}$ — касательный вектор в плоскости резания, где $\overrightarrow{\tau_{\text{k}}} \perp \overrightarrow{V_{\text{р}}}$, $\overrightarrow{\tau_{\text{k}}} \perp \overrightarrow{n_{\text{k}}}$. Через векторы $\overrightarrow{V_{\text{р}}}$ и $\overrightarrow{n_{\text{к}}}$ перпендикулярно вектору τ_{k} строим плоскость $P_{\tau\text{к}}$ — кинематическую секущую плоскость.

Сравним статическую и кинематическую системы координат (рисунки 1 и 3) $\overrightarrow{V_1} \epsilon P_{\text{п. с}}$ и $\overrightarrow{V_1}, \overrightarrow{V_{2i}}, \overrightarrow{V_{\text{р}}} \epsilon P_{\text{п. к}}$. Обе плоскости $P_{\text{п. с}}$ и $P_{\text{п. к}}$ являются касательными к поверхности резания и проведенными через точку касания инструмента A_i, т. е. статическая и кинематическая плоскости резания совпадают: $P_{\text{п. с}} = P_{\text{п. к}}$

Следовательно, нормальные векторы $\overrightarrow{n_{\text{с}}}$ и $\overrightarrow{n_{\text{к}}}$, проведенные перпендикулярно соответствующим плоскостям резания, будут лежать на одной прямой, т. е. $\overrightarrow{n_{\text{с}}} = \overrightarrow{n_{\text{к}}}$ или $\overrightarrow{n_{\text{с}}} \parallel \overrightarrow{n_{\text{к}}}$.

Поскольку плоскости $P_{v\text{с}}$ и $P_{v\text{к}}$ проходят через нормальные векторы $\overrightarrow{n_{\text{с}}}$ и $\overrightarrow{n_{\text{к}}}$ и перпендикулярны векторам скорости $\overrightarrow{V_1}$ и $\overrightarrow{V_{\text{р}}}$ соответственно, то эти плоскости по отношению друг к другу будут образовывать угол, который образуют векторы скорости $\overrightarrow{V_1}$ и $\overrightarrow{V_{\text{р}}}$.

Пусть ε — угол, который образует векторы скорости $\overrightarrow{V_1}$ и $\overrightarrow{V_{\text{р}}}$ (рисунок 4).

Так как скорость $\overrightarrow{V_{2i}}$ меняется со временем, то и результирующая скорость $\overrightarrow{V_{\text{р}}}$ также будет меняться со временем. Значит, угол между векторами скорости $\overrightarrow{V_1}$ и $\overrightarrow{V_{\text{р}}}$ есть функция от времени, то есть $\varepsilon = \varepsilon(t)$.

Далее рассмотрим углы лезвия инструмента в кинематической секущей плоскости (рисунок 4).

Учитывая, что векторы нормали параллельны $\overrightarrow{n_{\text{с}}} \parallel \overrightarrow{n_{\text{к}}}$ и проведены в одну точку касания A_i, то на рисунке 4 изобразим только вектор $\overrightarrow{n_{\text{к}}}$. На этом же рисунке изобразим прямую L_1, на которой лежит вектор скорости $\overrightarrow{V_1}$. Причем $L_1 \in P_{\text{п. с}}$ и $L_1 \in P_{\text{п. к}}$.

Угол, который образует передняя поверхность инструмента и вектор нормали $\overrightarrow{n_{\text{к}}}$, есть угол γ_{k}, то есть γ_{k} — кинематический передний угол.

Угол, который образует задняя поверхность инструмента с плоскостью $P_{\text{п. к}}$, а также с прямой, лежащей в плоскости $P_{\text{п. к}}$ и содержащей вектор скорости $\overrightarrow{V_{\text{р}}}$, есть угол $\alpha_{\text{к}}$, т. е. $\alpha_{\text{к}}$ — кинематический главный задний угол.

Рассмотрим главные статические и кинематические углы в соответствующий плоскостях $P_{\tau\text{с}}$ и $P_{\tau\text{к}}$ (рисунок 5).

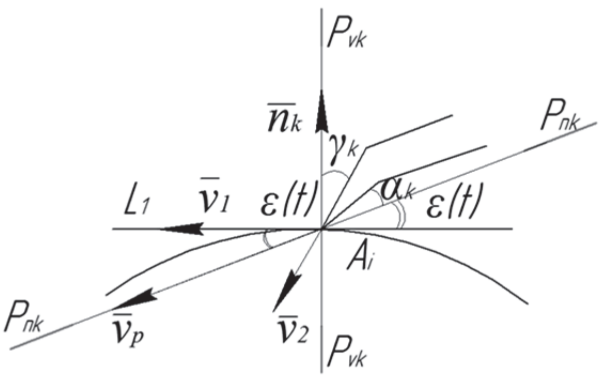

Рисунок 4. — Углы лезвия инструмента в кинематической секущей плоскости

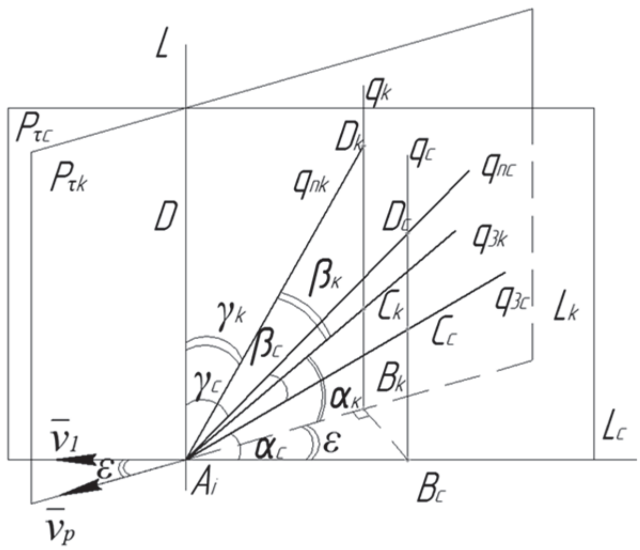

Рисунок 5 — Главные статические и кинематические углы лезвия инструмента

Из рисунка 5 следует, что: $< B_{с}A_{i}C_{с} = \alpha_{с}; < C_{с}A_{i}D_{с} = \beta_{с}; < D_{с}A_{i}D = \gamma_{с}; < B_{к}A_{i}C_{к} = \alpha_{к};$ $< C_{к}A_{i}D_{к} = \beta_{к}; < D_{к}A_{i}D = \gamma_{к}; < B_{к}A_{i}B_{с} = \varepsilon(t) = \varepsilon.$

Для определения расположения главных статических и кинематических углов с учетом движения инструмента по сферической поверхности рассмотрим рисунок 6.

На рисунке 5 изображены прямые $q_{п.\,с}$ и $q_{3с}$ в плоскости $P_{\tau с}$, и прямые $q_{п.\,к}$ и $q_{3с}$ в плоскости $P_{\tau с}$.

Предположим, что $\beta_{к} \approx \beta_{с}$, следовательно: $\gamma_{к} = \gamma_{с} + \sigma.$

Тогда $\alpha_{к} = 90^{\circ} - (\gamma_{к} + \beta_{к});$ $\alpha_{к} = 90^{\circ} - (\gamma_{с} + \sigma + \beta_{с}) = 90^{\circ} - (\gamma_{с} + \beta_{с}) - \sigma;$ $\alpha_{к} = \alpha_{с} - \sigma.$

Итак, $\gamma_{к} = \gamma_{с} + \sigma;$ $\alpha_{к} = \alpha_{с} - \sigma,$ где σ — добавочный угол.

Установлена зависимость угла σ от статического переднего угла $\gamma_{с}$ и угла ε в следующем виде: $\operatorname{arctg}(\cos\varepsilon \cdot \operatorname{tg}\gamma_{с}) - \gamma_{с} < \sigma < \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\gamma_{с}}{\cos\varepsilon}\right) - \gamma_{с},$ где $\varepsilon = \varepsilon(t),$ причем $0 \le \varepsilon(t) \le \varepsilon_{\max}$ [3].

Если $\gamma_{с} > 0,$ то угол σ имеет следующую оценку:

$$\operatorname{arctg}(\cos\varepsilon \cdot \operatorname{tg}\gamma_{с}) - \gamma_{с} < \sigma < \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\gamma_{с}}{\cos\varepsilon}\right) - \gamma_{с} \qquad (1)$$

где $\varepsilon = \varepsilon(t)$ — функция времени, причем $0 \le \varepsilon(t) \le \varepsilon_{\max}$.

После установления зависимости $\varepsilon = \varepsilon(t)$ формула (1) может уточняться.

Если $\varepsilon(t) = 0$, то $\cos\varepsilon = 1$, следовательно, $\sigma = 0$.

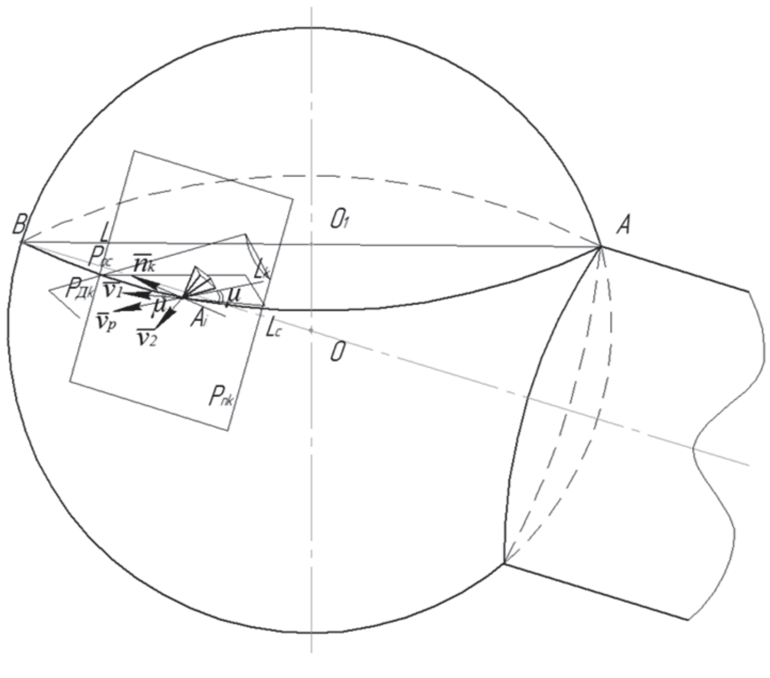

Рисунок 6. — Главные статические и кинематические углы лезвия инструмента на сферической поверхности с учётом движения инструмента и заготовки

Если $\gamma_c < 0$, то угол σ будет иметь следующую оценку:

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}J_c}{\cos\varepsilon}\right) - \gamma_c < \sigma < \operatorname{arctg}\left(\cos\varepsilon \cdot \operatorname{tg}\gamma_c\right) - \gamma_c. \quad (2)$$

Для установления зависимости $\varepsilon = \varepsilon(t)$ рассмотрим рисунок 7.

Пусть $\varepsilon = \varepsilon(t)$ — угол, который образуют векторы $\overrightarrow{V_1}$ и $\overrightarrow{V_p}$, $\mu = \mu(t)$ — угол, который образуют вектор $\overrightarrow{V_{2i}}$ и ось O_iY_i на плоскости $P_{\text{п.к}}$ (рисунки 7 и 8).

Зависимости $\cos\varepsilon(t)$ и $\sin\mu(t)$ получены в следующем виде:

$$\cos\varepsilon(t) = \frac{V_1 + V_{2i} \cdot \sin\mu}{\sqrt{V_1^2 + V_{2i}^2 + 2 \cdot V_1 V_{2i} \cdot \sin\mu}}, \quad \sin\mu(t) = \frac{\sqrt{c^2 \cdot \cos^2\beta - (\sin^2\varphi \cdot \cos\beta - b \cdot \cos\varphi)^2}}{c \cdot \cos\beta}$$

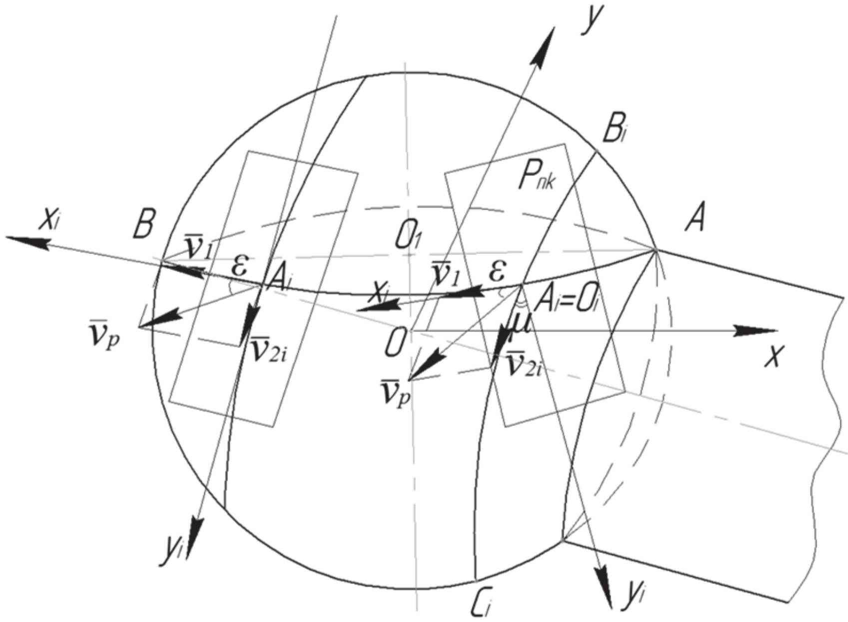

Рисунок 7. — Углы $\varepsilon(t)$ и $\mu(t)$ в плоскости $P_{\text{п.к}}$ на сфере

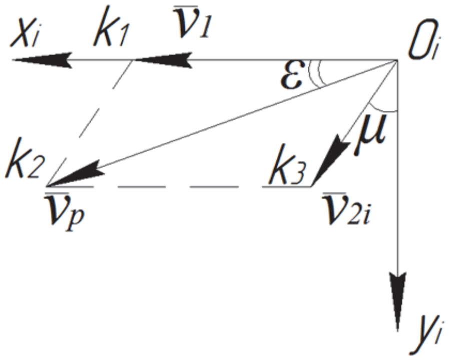

Рисунок 8. — Углы $\varepsilon(t)$ и $\mu(t)$ в плоскости $P_{\text{п.к}}$

где $\overrightarrow{V_1}$ — скорость вращения инструмента;

$\overrightarrow{V_{2i}}$ — скорость вращения заготовки;

β — угол наклона оси вращения заготовки, определяемый по формуле

$$\beta = \arccos\sqrt{H/Д_{сф}},$$

где H — высота заготовки;

$Д_{сф}$ — диаметр сферы.

– угол $\varphi = \varphi(t) = 2\cdot\pi\cdot n_1\cdot t,$ где n_1 — частота вращения инструмента;

– коэффициент $b = \dfrac{2\cos^2(\beta+\delta) - \cos^2\beta(1-\cos\varphi)}{\cos\beta}$;

– коэффициент $C = \sqrt{\sin^4\varphi + b^2\left(\text{tg}^2\beta + \cos^2\varphi\right) + \sin^2\beta\cdot\sin^2\varphi(1+\cos\varphi)^2 + 2b\cdot\sin^2\varphi\left(\text{tg}\beta\cdot\sin\beta - \cos\varphi\cdot\cos\beta\right)}$;

– угол $\delta = \delta(t) = (\pi - 2\beta)n_1 t.$

Результирующая скорость резания находится по следующей формуле: $\overrightarrow{V_p} = \sqrt{V_1^2 + V_{2i}^2 + 2\cdot V_1\cdot V_{2i}\cdot\sin\mu}.$

Заключение. Проведенный анализ положения режущего лезвия инструмента в статической и кинематической системах координат позволил получить формулы для расчета переднего и заднего кинематических и статических углов.

Определен алгоритм (последовательность) расчета: 1) задание значений углов в статике $\gamma_с$ и $\alpha_с$; 2) определение угла μ между вектором скорости вращения заготовки V_{2i} и осью O_iY_i плоскости резания $P_{п.\,к}$; 3) определение угла наклона оси вращения заготовки β; 4) расчёт коэффициентов *в* и *с*; 5) определение углов φ и δ; 6) определение угла ε между вектором скорости вращения инструмента $\overrightarrow{V_1}$ и результирующим вектором скорости резания V_p в плоскости резания $P_{п.\,к}$; 7) определение граничных значений σ; 8) расчет кинематических переднего $\gamma_к$ и заднего $\alpha_к$ углов лезвия.

Формулы и алгоритм расчета позволяют в автоматизированном режиме получать точные значения углов с учетом движений инструмента и заготовки при проектировании оптимальной обработки сферических поверхностей деталей.

Список использованных источников

1. *Попок, Н. Н.* Теория резания / Н. Н. Попок. — Новополоцк : ПГУ, 2006. — 228 с.

2. Обработка резанием. Термины, определения и обозначения общих понятий : ГОСТ 25762-83. — М. : Госстандарт, 1983. — 41 с.

3. *Попок, Н. Н.* Расчет изменения геометрических параметров инструментов в процессе механической обработки сферических поверхностей деталей / Н. Н. Попок, И. П. Кунцевич, Р. С. Хмельницкий // Наука — образованию, производству, экономике : материалы 13-й Междунар. науч.-техн. конф. (68-й науч.-техн. конф. профессорско-преподават. состава, науч. работников, докторантов и аспирантов БНТУ) : в 4 т. — Минск : БНТУ, 2015. — Т. 3. — С. 393.

Поступила в редакцию 10.04.2017