

УДК 631.363.5

**П. Ю. Крупенин**

Учреждение образования «Белорусская государственная орденов Октябрьской Революции и Трудового Красного Знамени сельскохозяйственная академия», ул. Мичурина, 5, 213407 Горки, Республика Беларусь, +375 (2233) 7 96 41, pavel@krupenin.com

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ КОРМОВОЙ СУСПЕНЗИИ В КАНАЛАХ РОТОРНОГО ИМПУЛЬСНОГО АППАРАТА**

Статья посвящена теоретическим и экспериментальным исследованиям применения роторных импульсных аппаратов для приготовления жидких кормов методом диспергирования. На основе нестационарного уравнения Бернулли предложена математическая модель движения кормовой суспензии в каналах роторного импульсного аппарата, учитывающая влияние частиц корма на гидравлическое сопротивление перехода между каналами ротора и статора. Предложен алгоритм приближенного расчета значений коэффициента, учитывающего степень блокировки проходного сечения между каналами частицами обрабатываемого материала. Обоснован метод численного решения нестационарного уравнения Бернулли с применением систем компьютерной алгебры, позволяющий определять гидродинамические параметры потока кормовой суспензии и подачи роторного импульсного аппарата. Проведены экспериментальные исследования подачи роторного импульсного аппарата при обработке кормовой суспензии. Выполнена статистическая оценка соответствия результатов теоретических исследований данным, полученным экспериментальным путем.

**Ключевые слова:** роторный импульсный аппарат; кавитация; приготовление кормов; диспергирование; суспензия.

Рис. 5. Библиогр.: 6 назв.

**P. Y. Krupenin**

Belarusian State Agricultural Academy in the name of order of the October Revolution and Labor Red Banner, Ministry of Agriculture and Food of the Republic of Belarus, 5 Michurina Str., 213407 Gorki, the Republic of Belarus, +375 (2233) 7 96 41, pavel@krupenin.com

## **THE MATHEMATICAL MODEL OF FEED SUSPENSION MOVEMENT IN THE CHANNELS OF ROTARY IMPULSE DEVICE**

The article is devoted to theoretical and experimental studies of the use of rotary impulse devices for the preparation of liquid feeds by the dispersion method. On the basis of the non-stationary Bernoulli equation, a mathematical model of the motion of the feed suspension in the channels of the rotary impulse apparatus is proposed; it takes into account the effect of the feed particles on the hydraulic resistance of the transition between the channels of the rotor and the stator. An algorithm is proposed for approximate calculation of coefficient values, which takes into account the degree of blocking of the cross-section between the channels of particles of the material being processed. The method of numerical solution of the non-stationary Bernoulli equation with the use of computer algebra systems is substantiated. This method makes it possible to determine the hydrodynamic parameters of the feed suspension and the delivery of a rotary impulse apparatus. Experimental research of productivity of the rotary impulse device during the processing of the feed suspension is carried out. A statistical evaluation indicates the correspondence between the theoretical and experimentally obtained results.

**Keywords:** rotary impulse device; cavitation; preparation of feed; dispersing; suspension.

Fig. 5. Ref.: 6 titles.

**Введение.** Снижение материальных затрат на производство продукции животноводства за счет более полного использования биологического потенциала животных является важной задачей, требующей комплексного подхода к ее решению. В структуре себестоимости животноводческой продукции затраты на корма составляют до 70%, а значит, даже незначительное уменьшение конверсии корма может существенно улучшить экономические показатели

предприятия. Внешним фактором, влияющим на степень усваивания организмом животного питательных веществ, является качество корма, определяемое не только свойствами исходного кормового сырья, но и применяемой технологией для его подготовки к скармливанию.

Перспективным способом подготовки концентрированных кормов к скармливанию является гидроимпульсная обработка, заключающаяся во многократной обработке сырья в водной среде при помощи роторных импульсных аппаратов. В процессе движения кормовой суспензии по каналам рабочих элементов аппарата — ротора и статора — корм подвергается комплексной обработке. Конечным продуктом гидроимпульсной обработки зерна является жидкая кормовая добавка с содержанием сухого вещества до 30%, которая может быть использована в рационах кормления свиней и крупного рогатого скота.

Принцип работы роторного импульсного аппарата (рисунок 1) заключается в следующем. Обрабатываемая кормовая суспензия подается во входной патрубок 1 и заполняет полость 3 ротора 2. Лопастями 7, расположенные в полости ротора, раскручивают суспензию и центробежная сила создает избыточное давление на входе в каналы 9 ротора. Вращение ротора приводит к периодическому соединению и разъединению его каналов 9 с каналами 8 статора 4, обеспечивая при этом прерывистое движение суспензии в рабочую камеру статора 5, сопровождаемое пульсациями скорости и расхода.

Режуще-истирающее действие рабочих элементов аппарата на твердые частицы корма и импульсное движение суспензии в каналах ротора и статора, в свою очередь приводящее к образованию кавитационных пузырьков, обеспечивают комплексную обработку корма, включающую факторы механического (измельчение частиц зерна), гидроимпульсного (получение однородной суспензии) и кавитационного (улучшение биохимического состава корма) воздействий.

Несмотря на то, что обоснование параметров роторного импульсного аппарата для интенсификации вышеуказанных воздействий на обрабатываемый корм выполняется по независимым методикам, для успешного их применения необходимо знать закономерности движения жидкого корма в каналах ротора и статора [1].

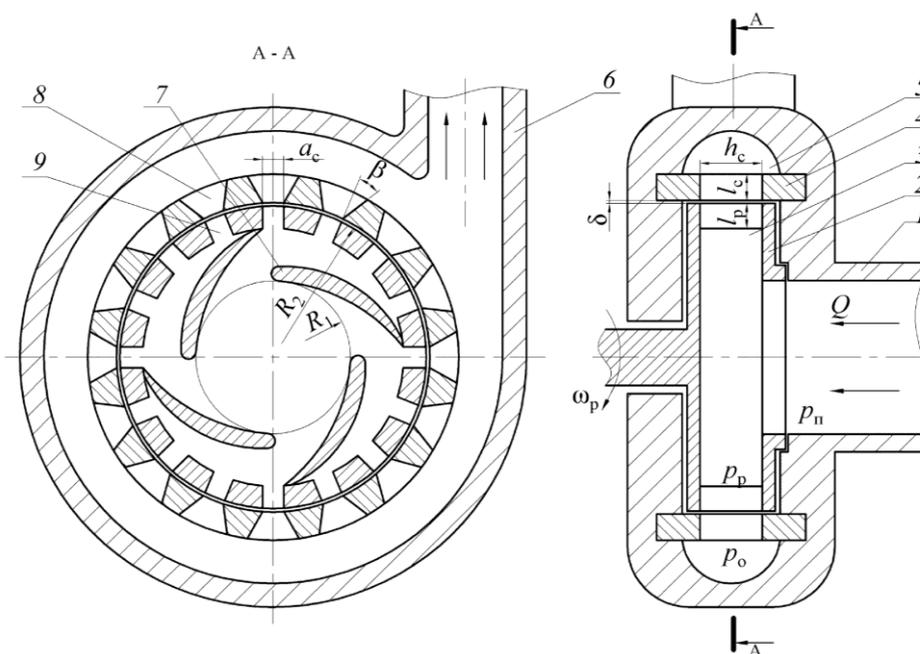


Рисунок 1. — Конструктивно-технологическая схема роторного импульсного аппарата

**Основная часть.** В настоящее время наиболее исследованными и экспериментально подтвержденными математическими моделями движения жидкости в каналах ротора и статора являются модели, полученные в результате модификации нестационарного уравнения Бернулли. На основе таких уравнений можно определить скорость, ускорение, расход и давление жидкости в канале статора [2].

С допущением, что потери энергии потока жидкости на трение между сечениями I—I и II—II (рисунок 2) крайне малы, нестационарное уравнение Бернулли запишется в виде [3]

$$\frac{p_p + p_\omega}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{p_o}{\rho} + \frac{u^2}{2} [1 + \zeta_m(t)] + (l_p + l_c + \delta) \frac{du}{dt}, \quad (1)$$

где  $p_p$  — статическое давление в полости ротора, Па;  
 $p_o$  — статическое давление в рабочей камере статора, Па;  
 $p_\omega$  — прирост статического давления за счет действия на жидкость центробежной силы в канале ротора, Па;  
 $\rho$  — плотность жидкости, кг / м<sup>3</sup>;  
 $u_1, u$  — скорость жидкости на входе и выходе из каналов, м / с;  
 $\zeta_m(t)$  — обобщенный коэффициент местных сопротивлений;  
 $l_p, l_c$  — длина каналов ротора и статора соответственно, м;  
 $\delta$  — радиальный зазор между ротором и статором, м.

Величина  $p_\omega$  может быть определена из уравнения Эйлера [4] для рабочего колеса центробежного насоса с прямыми лопастями

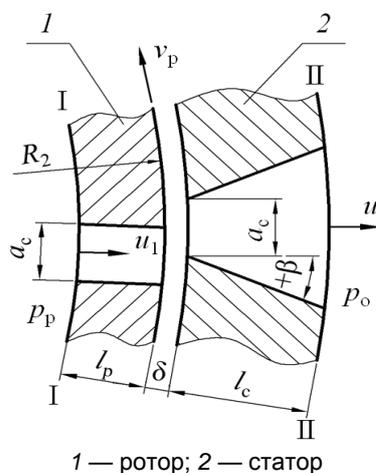
$$p_\omega = \frac{\rho l_p v_p^2 (2R_2 - l_p)}{2R_2^2},$$

где  $v_p$  — окружная скорость выходного отверстия канала ротора, м / с;  
 $R_2$  — радиус внешней окружности ротора, м.

Скорость жидкости на входе в канал ротора получим из условия неразрывности струи [5]:

$$u_1 = u \left( 1 + \frac{2l_c \operatorname{tg} \beta}{a_c} \right),$$

где  $\beta$  — угол наклона стенок канала статора, рад;  
 $a_c$  — ширина входного отверстия канала статора, м.



**Рисунок 2.** — Схема взаимного расположения каналов ротора и статора

В уравнении (1), описывающем движение жидкости в каналах аппарата, присутствует параметр  $\zeta_m(t)$  — коэффициент гидравлического сопротивления системы «канал ротора — радиальный зазор — канал статора». В работе [6] предложено определять величину  $\zeta_m(t)$  для расширяющегося канала статора по зависимости

$$\zeta_m(t) = 1,5 + \frac{4I_c^2 \text{tg}^2 \beta}{a_c^2} \sin 2\beta + \zeta_{\text{пер}} \cdot e^{-9,6 \left( 1 - \frac{|a_c - v_p t|}{a_c} \right)}, \quad (2)$$

где  $\zeta_{\text{пер}}$  — коэффициент гидравлического сопротивления полностью перекрытых каналов аппарата [3].

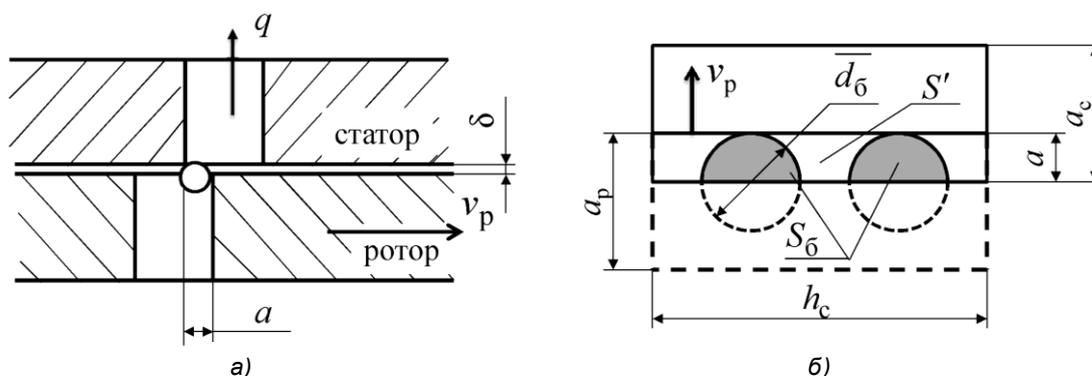
Первые два слагаемых выражения (2) отражают влияние геометрических параметров канала статора на его гидравлическое сопротивление, третье — влияние взаимного расположения каналов ротора и статора.

Зависимость (2), полученная при допущении, что частицы обрабатываемого материала не препятствуют движению жидкости в каналах ротора и статора, может быть использована для расчета значений коэффициента  $\zeta_m$  при обработке в аппарате жидкостей или суспензий, дисперсность которых сопоставима с величиной радиального зазора  $\delta$  между его рабочими элементами. Однако при обработке кормовой суспензии, размер частиц зерна в которой значительно превышает зазор  $\delta$ , погрешность модели (2) увеличивается. Увеличение погрешности связано с тем, что в начале фазы открытия канала статора и в завершении фазы его перекрытия крупные частицы блокируют часть площади проходного сечения между каналами ротора и статора, увеличивая при этом их гидравлическое сопротивление (рисунок 3, а).

Степень влияния частиц зерна на гидравлическое сопротивление каналов роторного импульсного аппарата предлагается учесть коэффициентом  $k_S$ , равным отношению свободной площади  $S'$  проходного сечения между каналами ротора и статора к общей площади  $S$  данного сечения (см. рисунок 3, б):

$$k_S(t) = \frac{S'(t)}{S(t)} = 1 - \frac{S_\delta(t)}{S(t)}, \quad (3)$$

где  $S_\delta(t)$  — площадь проходного сечения между каналами, заблокированная частицами кормовой суспензии, м<sup>2</sup>.



а — положение частицы корма в каналах аппарата; б — схема к расчету коэффициента  $k_S$

**Рисунок 3. — Блокировка проходного сечения между каналами ротора и статора частицами кормовой суспензии**

В общем виде полная площадь  $S$  проходного сечения между сообщающимися каналами ротора и статора определяется по зависимости

$$S(t) = h_c a(t) = h_c \sqrt{(a_c - |a_c - v_p t|)^2 + \delta^2}, \quad t \in \left[ 0; \frac{2a_c}{v_p} \right], \quad (4)$$

где  $a(t)$  — ширина проходного сечения между каналами ротора и статора, м;

$h_c$  — длина входного отверстия канала статора, м.

Для сферической формы частиц заблокированная площадь  $S_6$  равна суммарной площади их поперечных сечений:

$$S_6(t) = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_6(t)}{\bar{d}_6(t)}, \quad (5)$$

где  $\bar{d}_6(t)$  — средний диаметр частиц, способных заблокировать проходное сечение шириной  $a$  между каналами, м;

$V_6(t)$  — общий объем частиц, блокирующих проходное сечение, м<sup>3</sup>.

Средний диаметр  $\bar{d}_6$  определяется в зависимости от ширины  $a$  проходного сечения и максимального размера частиц в суспензии по формуле

$$\bar{d}_6(t) = \frac{a(t) + d_{\max}}{2}, \quad (6)$$

где  $d_{\max}$  — максимальный диаметр частиц в кормовой суспензии, м.

При определении объема  $V_6$  частиц кормовой суспензии, способных заблокировать проходное сечение, следует учитывать только те из них, которые удовлетворяют следующим условиям: во-первых, диаметр частиц должен превышать величину радиального зазора  $\delta$  между ротором и статором, так как в противном случае они перейдут в него. Во-вторых, частицы должны иметь размер более текущей ширины  $a$  проходного сечения между каналами (см. рисунок 3, б).

Поскольку процесс совмещения и разъединения каналов ротора с каналами статора является циклическим, то частицы, заблокировавшие проходное сечение в конце фазы закрытия канала статора, будут также блокировать его и в начале фазы открытия следующего цикла. Принимая во внимание эту особенность, объем  $V_6$  частиц зерна, способных заблокировать проходное сечение между каналами, может быть определен по зависимости

$$V_6(t) = \begin{cases} \left[ V_6^{\text{закр}} + C_3 \int_0^t q(t) dt \right] \cdot [1 - F_3(a(t))], & 0 \leq t \leq \frac{a_c}{v_p}; \\ C_3 [1 - F_3(a(t))] \cdot \int_{t_3}^t q(t) dt, & t_3 \leq t \leq \frac{2a_c}{v_p}; \\ 0, & \frac{a_c}{v_p} < t < t_3, \end{cases} \quad (7)$$

где  $V_6^{\text{закр}}$  — объем частиц, скопившихся на входе в канал статора во время фазы его перекрытия, м<sup>3</sup>;

$C_3$  — объемная концентрация частиц зерна в суспензии;

$q(t)$  — функция расхода кормовой суспензии через один канал статора, м<sup>3</sup>/с;

- $F_3$  — значение интегральной функции распределения размеров частиц зерна;  
 $t_3$  — момент времени, по достижению которого возможна блокировка частицами проходного сечения в фазе перекрытия канала статора, с.

Значение времени  $t_3$  и объема  $V_6^{\text{закр}}$  определяются исходя из максимального размера частиц в суспензии по формулам

$$t_3 = \frac{2a_c - d_{\text{max}}}{v_p}; \quad (8)$$

$$V_6^{\text{закр}} = C_3 \cdot \int_{t_3}^t q(t) dt, \text{ при } t = \frac{2a_c}{v_p}. \quad (9)$$

Расход кормовой суспензии через один канал статора равен

$$q(t) = h_c (a_c + 2l_c \text{tg} \beta) u(t), \quad (10)$$

где  $u(t)$  — скорость кормовой смеси в выходном сечении канала статора (см. рисунок 2), м / с.

Функция скорости  $u(t)$  может быть получена путем аппроксимации результатов решения дифференциального уравнения (1) методом Рунге—Кутты 4-го порядка. После получения функции скорости  $u(t)$  становится возможным определить по формулам (4—9) составляющие выражения (3) и рассчитать значения коэффициента  $k_S$  в первом приближении.

Вышеуказанный алгоритм расчета значений скорости  $u$  и коэффициента  $k_S$  реализован при помощи пакета компьютерной алгебры Mathcad. Графические зависимости скорости  $u$  и коэффициента  $k_S$  от времени  $t$ , полученные при значениях параметров роторного импульсного аппарата  $p_p = 2,6 \cdot 10^5$  Па,  $p_0 = 2,0 \cdot 10^5$  Па,  $l_c = 17 \cdot 10^{-3}$  м,  $l_p = 18 \cdot 10^{-3}$  м,  $a_c = 10 \cdot 10^{-3}$  м,  $h_c = 28 \cdot 10^{-3}$  м,  $\rho = 1070$  кг / м<sup>3</sup>,  $\delta = 0,12 \cdot 10^{-3}$  м,  $R_2 = 0,08$  м и допущении о нормальном распределении размеров частиц зерна в кормовой суспензии с математическим ожиданием  $\bar{d} = 3 \cdot 10^{-3}$  м и среднеквадратическим отклонением  $\sigma = 1,0 \cdot 10^{-3}$  м, приведены на рисунке 4.

Как видно из рисунка 4, в начале и в конце цикла значение коэффициента  $k_S$  стремится к нулю, т. е. в этих временных рамках частицы кормовой суспензии в значительной степени блокируют проходное сечение между каналами.

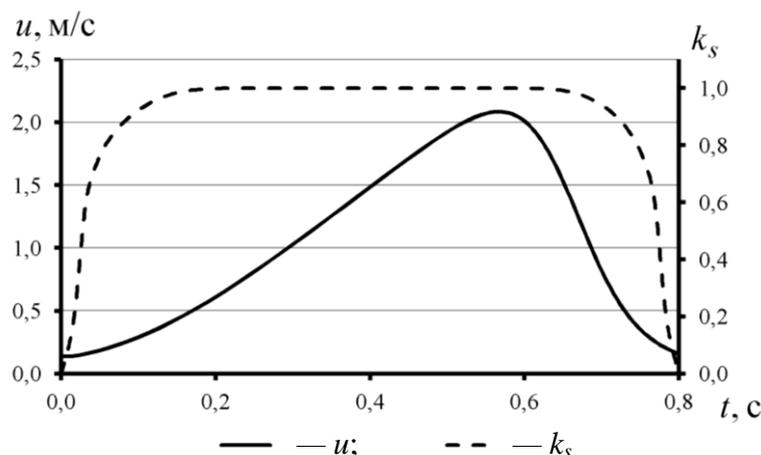


Рисунок 4. — Зависимость скорости  $u$  и коэффициента  $k_S$  от времени  $t$

Для учета эффекта блокировки проходного сечения частицами обрабатываемого материала предлагается дополнить зависимость (2), определяющую гидравлическое сопротивление  $\zeta_m$  каналов ротора и статора, уточняющим коэффициентом  $k_s$ . В указанной зависимости (2) выражение в степени экспоненты  $1 - \left| \frac{a_c - v_p t}{a_c} \right|$  учитывает полноту совмещения каналов ротора и статора, которая увязана с изменением площади проходного сечения между ними. Поскольку коэффициент  $k_s$  также учитывает уменьшение площади проходного сечения, доступной для движения жидкости в данный момент времени, то зависимость  $\zeta_m(t)$  может быть уточнена в следующем виде:

$$\zeta'_m(t) = 1,5 + \frac{4l_c^2 \text{tg}^2 \beta}{a_c^2} \sin 2\beta + \zeta_{\text{пер}} \cdot e^{-9,6k_s \left( 1 - \frac{|a_c - v_p t|}{a_c} \right)}. \quad (11)$$

Численное решение дифференциального уравнения (1) методом Рунге—Кутты 4-го порядка, выполненное с учетом скорректированных значений коэффициента  $\zeta'_m(t)$ , позволило определить объем  $V'_ц$  кормовой суспензии, проходящий за один цикл по каналу статора, и рассчитать теоретическую подачу  $Q'_т$  диспергатора по зависимости [3]

$$Q'_т = V'_ц \frac{z_p z_c v_p}{2\pi R_2},$$

где  $z_p, z_c$  — число каналов ротора и статора соответственно.

Сравнение результатов теоретических и экспериментальных исследований выполнено путем построения напорных характеристик роторного импульсного аппарата (рисунок 5).

Из рисунка 5 видно, что теоретическая и экспериментальная напорные характеристики аппарата практически идентичны. Учет в математической модели фактора блокировки проходного сечения между каналами ротора и статора частицами обрабатываемой суспензии позволил уменьшить расхождение между теоретической и экспериментально определенной подачей аппарата с 6...11% при расчете коэффициента гидравлического сопротивления  $\zeta_m$  по формуле (2) до 4...8%, при использовании предложенной уточненной зависимости (11) для определения значений  $\zeta'_m$ .

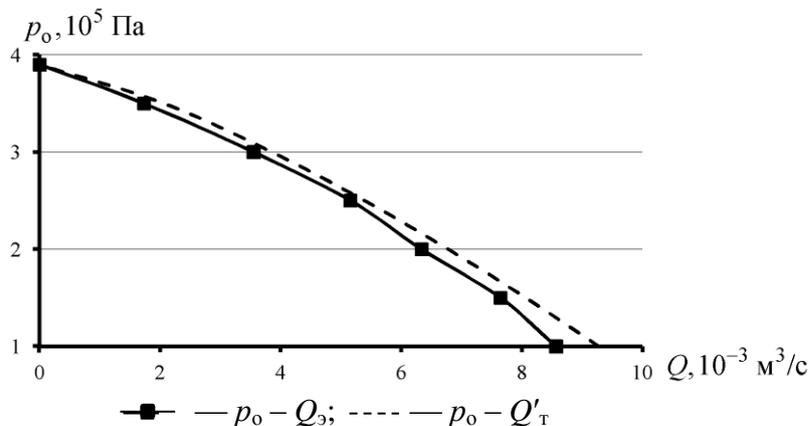


Рисунок 5. — Теоретическая ( $p_0 - Q'_т$ ) и экспериментальная ( $p_0 - Q_3$ ) напорные характеристики роторного импульсного аппарата

**Заключение.** Предложена математическая модель, описывающая импульсный характер движения кормовой суспензии по каналам роторного аппарата с учетом блокировки частицами корма проходного сечения между каналами ротора и статора и позволяющая определять подачу роторного импульсного аппарата с относительной погрешностью 4...8%.

#### Список цитируемых источников

1. Червяков, А. В. Оптимизация параметров роторно-импульсного кавитационного аппарата для интенсификации диспергирования кормовых смесей / А. В. Червяков, П. Ю. Крупенин // Вестн. Белорус. гос. с.-х. акад. — 2014. — № 2. — С. 194—198.
2. Промтов, М. А. Методы расчета характеристик роторного импульсного аппарата : монография / М. А. Промтов, А. Ю. Степанов, А. В. Алешин. — Тамбов : ТГТУ, 2015. — 148 с.
3. Червяков, А. В. Влияние конструктивно-технологических параметров на подачу роторно-импульсного кавитационного диспергатора кормов / А. В. Червяков, С. В. Курзенков, П. Ю. Крупенин // Вестн. Белорус. гос. с.-х. акад. — 2016. — № 1. — С. 102—106.
4. Черкасский, В. М. Насосы, вентиляторы, компрессоры / В. М. Черкасский. — М. : Энергоатомиздат, 1984. — 416 с.
5. Чугаев, Р. Р. Гидравлика / Р. Р. Чугаев. — Л. : Энергия, 1975. — 600 с.
6. Крупенин, П. Ю. Гидроимпульсная подготовка консервированного плющеного зерна кукурузы на корм свиньям кавитационным диспергатором : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.20.01 / П. Ю. Крупенин. — Горки, 2017. — 24 с.

Поступила в редакцию 12.02.2018