

УДК 62-272.22

**И. В. Дубень**<sup>1</sup>, кандидат технических наук, доцент;  
**В. А. Дремук**<sup>2</sup>, кандидат технических наук, доцент

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», ул. Войкова, 21,  
225404 Барановичи, Республика Беларусь, <sup>1</sup>+375 (29) 824 26 49, duben\_i\_v@mail.ru, <sup>2</sup>drv1@tut.by

## РАСЧЕТ ЧИСЛА ВИТКОВ ПРУЖИН КРУЧЕНИЯ

Известные выражения для расчета необходимого числа витков пружин кручения являются приближенными и не учитывают физико-механических свойств материала, из которых изготавливаются пружины. Предложена формула для расчета числа витков, которая учитывает необходимое и достаточное число параметров — допустимое напряжение на изгиб и модуль упругости материала пружины, а также показатель деформации кручения — предельный угол закручивания. Расчет числа витков по предлагаемой формуле обеспечивает наиболее точное выполнение условия прочности пружины при предельной нагрузке.

**Ключевые слова:** пружина кручения; сталь пружинная; число витков; напряжение изгиба; момент кручения; угол закручивания.

Рис. 2. Табл. 2. Библиогр.: 3 назв.

**I. V. Duben**<sup>1</sup>, PhD in Technical Sciences, Associate Professor;  
**V. A. Dremuk**<sup>2</sup>, PhD in Technical Sciences, Associate Professor

Educational institution “Baranovichi State University”, 21 Voikova Str., 225401 Baranovichi,  
the Republic of Belarus, <sup>1</sup>+375 (29) 824 26 49, duben\_i\_v@mail.ru, <sup>2</sup>drv1@tut.by

## CALCULATION OF THE NUMBER OF TORSION SPRINGS

It has been established that the known expressions for calculating the required number of turns of torsion springs are approximate and do not take into account the physical and mechanical properties of the material from which the springs are made. Based on the analysis of loading, a formula for calculating the number of turns is proposed. It takes into account the necessary and sufficient number of parameters — the permissible bending stress and the elastic modulus of the spring material, as well as the torsional deformation index — the limiting angle of twisting. The calculation of the number of turns according to the proposed formula provides the most accurate fulfillment of the spring strength condition at the maximum load.

**Key words:** torsion spring; spring steel; number of turns; bending stress; torsional moment; twist angle.

Fig. 2. Table 2. Ref.: 3 titles.

**Введение.** При практических расчетах по выбору пружин кручения возникает задача определения сразу нескольких параметров — диаметра проволоки, среднего диаметра пружины, числа витков  $n$  и других — при наличии конструктивных ограничений на наружный и внутренний диаметры пружины, начальный (установочный) и максимальный рабочий моменты кручения. Известные методики расчета числа витков пружин [1; 2], учитывающие различные параметры, могут привести к отличающимся результатам, что приводит к необходимости повторения расчетов для пружин с другими параметрами.

Помимо пружинной стали (60С2, 50ХФА и т. п.) пружины изготавливаются из нержавеющей сталей (12Х18Н10Т, ХН77ТЮР и т. п.) и других материалов с различными физико-механическими свойствами. Поэтому уже на стадии предварительного расчета числа витков бывает необходимо в полной мере учитывать механические и прочностные свойства материала пружин с необходимым запасом прочности.

**Материалы и методы исследования.** Исходными данными для выбора пружин кручения являются:

- класс и разряд пружины;
- физико-механические свойства материала — модуль упругости материала  $E$ , допускаемые касательное напряжение кручения  $[\tau_3]$ , на изгиб  $[\sigma_{изг}]$  и смятие  $[\sigma_{см}]$  (МПа);
- установочный и максимальный рабочие моменты кручения  $M_1$  и  $M_2$  (Н · мм);
- рабочий ход пружины  $\Delta\alpha$  или значения установочного и максимального рабочего углов закручивания  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  (град);
- допустимые интервалы геометрических размеров пружины — диаметра проволоки  $d$ , среднего  $D$ , наружного  $D_1$  и внутреннего  $D_2$  диаметров, длины пружины в свободном состоянии  $L_0$  (мм).

При работе пружины кручения в поперечных сечениях витков возникает момент  $M$ , равный внешнему моменту, закручивающему пружину, вектор которого направлен вдоль осевой линии пружины. При разложении момента  $M$  по осевой линии витка пружины и перпендикулярному ему направлению в поперечном сечении витка пружины возникают напряжения изгиба  $\sigma_{изг}$  и кручения  $\tau_{кр}$ . Так как изгибающий момент при угле подъема винтовой линии, не превышающем  $12...15^\circ$ , значительно больше крутящего, то пружины кручения рассчитывают только на изгиб, при этом допускаемое напряжение проволоки пружины на изгиб рекомендуется принимать равным  $[\sigma_{изг}] = 1,25 [\tau_{кр}]$ , где  $[\tau_{кр}]$  — допускаемое напряжение материала проволоки на кручение.

Необходимое число витков  $n$  при предварительных расчетах можно определить по следующим выражениям:

- 1) по требуемой жесткости пружины  $k_{кр}$  [2] —

$$n = k_{кр1} / k_{кр}, \quad (1)$$

где  $k_{кр1}$  — жесткость на кручение одного витка, Н · мм / град;

$k_{кр}$  — требуемая жесткость всей пружины, Н · мм / град:

$$k_{кр} = \frac{(M_2 - M_1)}{\Delta\alpha} = \frac{M_3}{\alpha_3}, \quad (2)$$

где  $M_3$  — предельный момент кручения при угле закручивания  $\alpha_3$ , при котором напряжения на изгиб  $\sigma_{изг}$  достигают предельного значения  $[\sigma_{изг}]$  (рисунок 1).

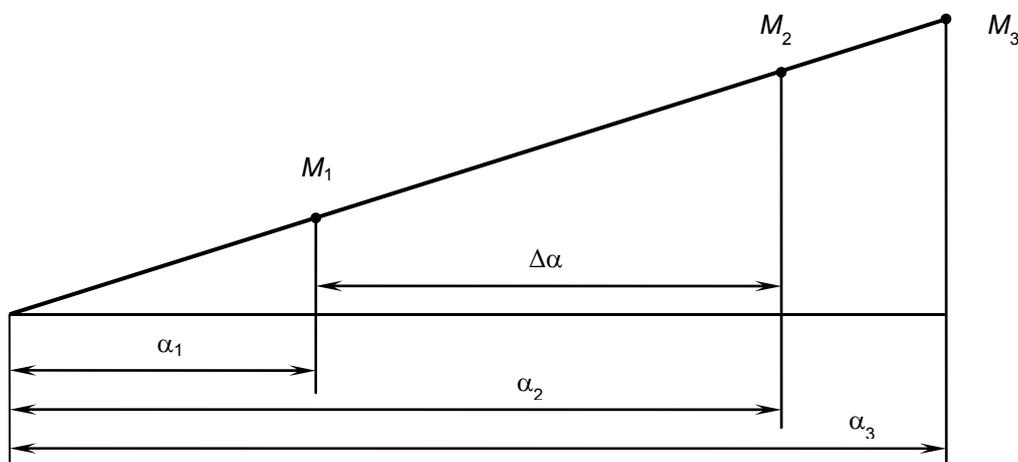


Рисунок 1. — Параметры пружины кручения

При этом рабочий ход пружины  $\Delta\alpha$  (град):

$$\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2,$$

где  $\alpha_1$  — начальный (установочный) угол закручивания, соответствующий моменту  $M_1$ ;  
 $\alpha_2$  — максимальный рабочий угол закручивания, соответствующий моменту  $M_2$ .

Предельный угол закручивания  $\alpha_3$ , согласно [1, с. 252], рекомендуется принимать равным  $1,25\alpha_2$ , при котором напряжение на изгиб  $\sigma_3 = [\sigma_{изг}]$ . Число 1,25 рассматривается, очевидно, как коэффициент запаса угла закручивания пружины относительно максимального рабочего угла  $\alpha_2$ .

В результате получим:

$$n = \frac{k_{кр1}\Delta\alpha}{M_2 - M_1} = \frac{k_{кр1}\alpha_1}{M_1} = \frac{k_{кр1}\alpha_2}{M_2}. \quad (3)$$

Формула (3) требует предварительного определения жесткости всей пружины кручения  $k_{кр}$  и одного витка  $k_{кр1}$  (Н · мм / град), а также не учитывает параметры предельного нагружения пружины и ее прочностные свойства;

2) выражение для расчета числа витков по формуле [1]

$$n = \frac{54,5 \Delta\alpha d^3}{(M_2 - M_1)c}, \quad (4)$$

где  $c = D/d$  — индекс пружины, которое с учетом выражения (2) можно преобразовать к следующему виду:

$$n = \frac{54,5 d^4}{k_{кр} D}. \quad (5)$$

Выражение (5) также не учитывает прочностные свойства материалов пружин в их разнообразии;

3) приближительная формула для расчета числа витков по максимальному значению угла закручивания пружины [1, с. 252]:

$$n = \frac{1000 K_1 \alpha_2}{1,8c[\sigma_{изг}]}, \quad (6)$$

где  $K_1$  — коэффициент формы сечения и кривизны витков (поправочный коэффициент Ваая) [2]:

$$K_1 = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0,615}{c}; \quad (7)$$

$[\sigma_{изг}]$  — допускаемое напряжение на изгиб, МПа (для пружин из стали 60С2  $[\sigma_{изг}] = 1\,200$  МПа [2]).

Формула (6) не учитывает предельные значения момента  $M_3$  или угла закручивания  $\alpha_3$ , соответствующие предельному напряжению на изгиб  $[\sigma_{изг}]$ , которые в реальности могут значительно отличаться у разных материалов, применяемых для изготовления пружин (таблица 1).

Т а б л и ц а 1. — Параметры некоторых марок пружинных сталей [3]

Марка стали	Предел прочности $\sigma_b$ , МПа	Модуль сдвига $G$ , МПа	Модуль упругости материала пружины $E$ , МПа	Допускаемое напряжение на изгиб $\sigma_{изг}$ , МПа
12Х18Н10Т	510	68 500	181 000	320
ХН77ТЮР	730	78 300	196 000	450
60С2А	1 270	82 000	212 000	500
65Г	980	84 000	215 000	430
50ХФА	1 470	85 000	218 000	470

В силу вышеизложенного для предварительного расчета количества витков необходимо использовать выражение, учитывающее геометрические размеры пружины, параметры предельного нагружения с определенным запасом прочности и физико-механические свойства материала, из которых она изготовлена, допускаемое напряжение на изгиб  $[\sigma_{изг}]$  и модуль упругости  $E$ .

Согласно [2], жесткость пружины кручения

$$k_{кр} = 2,72 \cdot 10^{-4} \frac{E d^4}{D n}, \quad (8)$$

где  $E$  — модуль упругости материала пружины, МПа.

Приравняем выражения (2), (8) и выразим число витков:

$$n = 2,72 \cdot 10^{-4} \frac{E d^3 \alpha_3}{M_3 c}.$$

С учетом выражения для индекса пружины ( $i = D / d$ ) и выражения для диаметра проволоки [2]

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_3 K_1}{\pi [\sigma_{изг}]}} , \quad (9)$$

в результате после преобразований получим:

$$n = 2,77 \cdot 10^{-3} \frac{E K_1 \alpha_3}{[\sigma_{изг}] c}. \quad (10)$$

Детальное сравнение выражений (6) и (10) показывает, что в формуле (6) отношением (1 000 / 1,8) учтено осредненное значение модуля упругости  $E_{cp}$  материала:

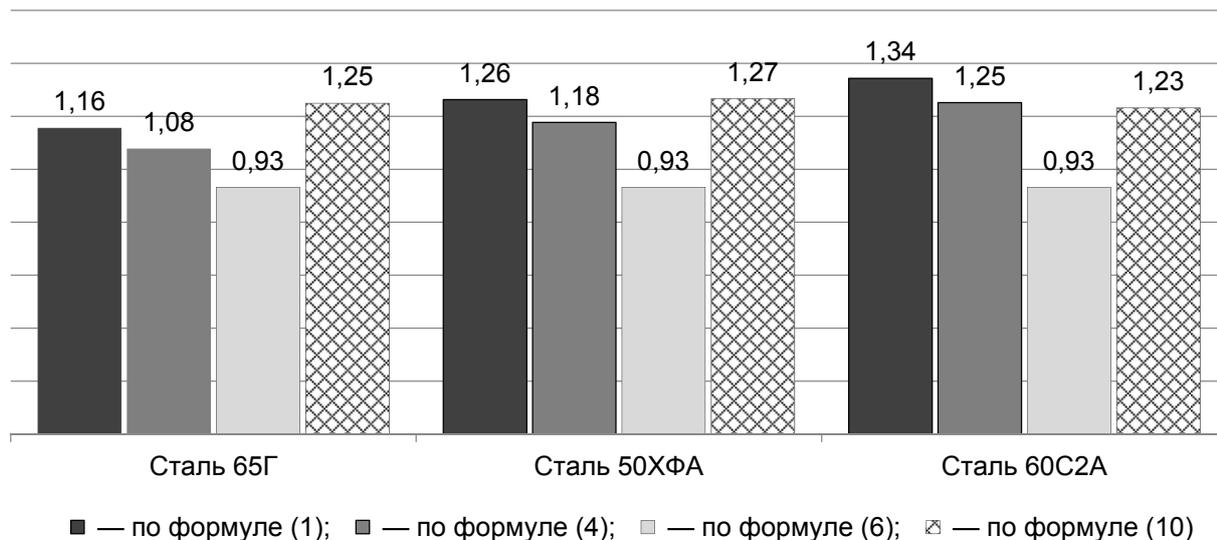
$$E_{cp} = \frac{1\,000}{1,8 \cdot 2,77 \cdot 10^{-3}} = 200\,562 \text{ МПа.}$$

С практической точки зрения важно, что предложенная формула (10) учитывает необходимое и достаточное число параметров — допустимое напряжение на изгиб  $[\sigma_{изг}]$  и модуль упругости материала пружины  $E$ , характеризующие физико-механические свойства материала пружины, а также показатель деформации — предельный угол закручивания  $\alpha_3$ . Геометрические размеры одного витка пружины учитываются величинами индекса пружины  $c$  и поправочного коэффициента  $K_1$ , определяемого значением индекса пружины по формуле (7).

**Результаты исследования и их обсуждение.** Для сравнения методов определения количества витков произведем расчет по формулам (1), (4), (6) и (10) для трех марок пружинной стали — 65Г, 50ХФА и 60С2А (таблица 2).

Т а б л и ц а 2. — Исходные данные и результаты расчетов по сравнению методов определения числа витков

Величина	Марка стали		
	65Г	50ХФА	60С2А
Установочный момент кручения $M_1$ , Н · мм	1 500		
Максимальный рабочий момент кручения $M_2$ , Н · мм	4 000		
Предельный момент закручивания $M_3$ , Н · мм	5 000		
Рабочий ход пружины $\Delta\alpha$ , град	30		
Требуемая жесткость пружины кручения $k_{кр}$ , Н · мм / град	100		
Установочный угол закручивания $\alpha_1$ , град	10		
Наибольший рабочий угол закручивания $\alpha_2$ , град	40		
Предельный угол закручивания $\alpha_3$ , град	50		
Диаметр проволоки минимальный $d_{min}$ , мм (по формуле (9))	4,6	4,4	4,3
Диаметр проволоки принятый $d$ , мм	5		
Средний диаметр пружины $D$ , мм	50		
Жесткость кручения одного витка $k_{кр1}$ , Н · мм / град	731		
Индекс пружины $c$	10,0		
Коэффициент формы сечения и кривизны витка $K_1$	1,145		
Расчетное число витков $n$ :			
по формуле (1)	8,8	8,8	8,8
по формуле (4)	8,2	8,2	8,2
по формуле (6)	7,1	6,5	6,1
по формуле (10)	9,5	8,8	8,1
Предельный угол закручивания $\alpha_3$ (град) при расчете числа витков:			
по формуле (1)	55	61	64
по формуле (4)	52	56	60
по формуле (6)	45	45	45
по формуле (10)	60	61	59



**Рисунок 2. — Коэффициент запаса угла закручивания пружины относительно заданного значения  $\alpha_3$  при расчете числа витков пружины рассмотренными способами**

В качестве критерия сравнения используем расчетную величину предельного угла закручивания:

$$\alpha_{3\text{расч}} = M_3 / k_{\text{кр}},$$

а также коэффициент запаса расчетного значения угла закручивания  $\alpha_3$  расчетного относительно заданного (см. таблицу 2):

$$K_\alpha = \alpha_{3\text{расч}} / \alpha_3.$$

Результаты расчетов показывают, что при учете прочностных характеристик материала, из которых изготовлена пружина, расчетное число витков  $n$  для близких по характеристикам материалов может существенно отличаться: при принятых значениях  $[\sigma_{\text{изг}}] = 430 \dots 500$  МПа и  $E = 212 \dots 215$  ГПа разница достигает 16 %.

Формулы (1) и (4) не учитывают прочностных свойств материала пружины. Формула (6) дает заниженное число витков, так как не учитывает предельное нагруженное состояние при моменте кручения  $M_3$ , при этом расчетный предельный угол закручивания на 7 % меньше заданного (рисунок 2).

Следует заметить, что зачастую из конструктивных соображений число витков  $n$  после расчета округляется в большую сторону, поэтому при силовом и проверочном расчетах необходимо уточнить значения кинематических, силовых и геометрических параметров с учетом принятого числа витков.

**Заключение.** Расчет числа витков по предлагаемой формуле (10) обеспечивает наиболее точное выполнение условия прочности при предельной нагрузке  $\sigma_3 \approx [\sigma_{\text{изг}}]$ . В то же время отклонение установочного момента от заданного для исследованных типов пружин составляет  $\Delta M_1 = -6 \dots +7$  %. Поэтому в случае, если требуется обеспечить строгое соответствие фактических моментов кручения заданным, то расчет целесообразно проводить для нескольких типов пружин кручения с последующим выбором пружины, обеспечивающей ближайшее к нулю значение отклонения момента от заданного.

**Список цитируемых источников**

1. *Анурьев, В. И.* Справочник конструктора-машиностроителя : в 3 т. / В. И. Анурьев ; под ред. И. Н. Жестковой. — М. : Машиностроение, 2001. — Т. 3. — 864 с.
2. Арматура трубопроводная. Пружины винтовые цилиндрические. Методика расчета [Электронный ресурс] : СТ ЦКБА 044-2010 : утв. 29.09.2010. — ЗАО «НПФ «ЦКБА». — Режим доступа: <https://files.stroyinf.ru/data2/1/4293813/4293813956#i11783> . — Дата доступа: 03.02.2021.
3. Пружины винтовые цилиндрические сжатия и растяжения из специальных сталей и сплавов. Общие технические условия [Электронный ресурс] : ГОСТ Р 50753-95. — Введ. 09.03.1995. — Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/1200026199> . — Дата доступа: 15.02.2021.

Поступила в редакцию 09.09.2021.