

УДК 531.312+531.213+531.789.1:621.926.9+621.928.2

**В. А. Потапов<sup>1</sup>, С. И. Русан<sup>2</sup>**, кандидат технических наук, доцент,  
**Л. А. Сиваченко<sup>3</sup>**, доктор технических наук, профессор,  
**А. К. Головнич<sup>4</sup>**, доктор технических наук, доцент,  
**В. В. Комиссаров<sup>5</sup>**, кандидат технических наук, доцент,  
**И. В. Приходько<sup>6</sup>**, кандидат технических наук, доцент

<sup>1,2</sup>Учреждение образования «Барановичский государственный университет», ул. Войкова, 21, 225404 Барановичи, Республика Беларусь, +375 (29) 225 76 26, <sup>1</sup>vladimir-potapov-1990@mail.ru, +375 (44) 466 75 46, <sup>2</sup>rusan33@mail.ru

<sup>3</sup>Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования «Белорусско-Российский университет», пр-т Мира, 43, 212000 Могилев, Республика Беларусь, +375 (44) 792 86 83, 228011@mail.ru

<sup>4,5,6</sup>Учреждение образования «Белорусский государственный университет транспорта», ул. Кирова, 34, 246653 Гомель, Республика Беларусь

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИВОДНОГО МЕХАНИЗМА ЦЕПНОГО АГРЕГАТА

Объектом исследования в статье является приводной механизм цепного агрегата. Разработана методика его силового анализа, основанная на принципе Даламбера—Лагранжа, рассмотрены варианты с уравновешенным и неуравновешенным кривошипом. Приведены результаты экспериментальных исследований механических характеристик приводного механизма и их сравнения с теоретическими. Получены уравнения регрессии второго порядка, позволяющие одновременно оценивать изменения геометрических и кинематических параметров приводного механизма на величину момента  $M_y$  и механической мощности  $N$ . Введены коэффициенты влияния, позволяющие использовать методику силового анализа приводного механизма без учета сил трения. Результаты исследований могут быть использованы при проектировании приводного механизма в целях уменьшения механической мощности, затрачиваемой на привод рабочей камеры цепного агрегата. Разработанный метод силового анализа может быть включен в соответствующий раздел дисциплины «Теория механизмов и машин».

**Ключевые слова:** приводной механизм; цепной агрегат; силовой анализ; принцип Даламбера—Лагранжа; уравновешивающий момент; механические характеристики; теоретическое исследование; экспериментальное исследование.

Рис. 12. Табл. 4. Библиогр.: 12 назв.

**V. A. Potapov<sup>1</sup>, S. I. Rusan<sup>2</sup>**, PhD in Technical Sciences, Associate Professor,  
**L. A. Sivachenko<sup>3</sup>**, DSc in Technical Sciences, Professor,  
**A. K. Holovnich<sup>4</sup>**, DSc in Technical Sciences, Associate Professor,  
**V. V. Komissarov<sup>5</sup>**, PhD in Technical Sciences, Associate Professor,  
**I. V. Prihodko<sup>6</sup>**, PhD in Technical Sciences, Associate Professor

<sup>1,2</sup>Institution of Education “Baranavichy State University”, 21 Voykova Str., 225404 Baranavichy, the Republic of Belarus, +375 (29) 225 76 26, <sup>1</sup>vladimir-potapov-1990@mail.ru, +375 (44) 466 75 46, <sup>2</sup>rusan33@mail.ru

<sup>3</sup>Inter-State Educational Institution of Higher Education “Belarusian-Russian University”, 43 Mira Ave., 212000 Mogilev, Republic of Belarus, +375 (44) 792 86 83, 228011@mail.ru

<sup>4,5,6</sup>Institution of Education “Belarusian State University of Transport”, 34 Kirova Str., 246653 Gomel, the Republic of Belarus

## THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDIES OF MECHANICAL CHARACTERISTICS OF THE CHAIN UNIT DRIVE MECHANISM

The object of the study in the article is the drive mechanism of the chain unit. The technique of its force analysis based on the d’Alembert—Lagrange principle has been developed and variants with a balanced and unbalanced crank have been considered. The experimental studies results of the drive mechanism mechanical characteristics and their comparison with theoretical ones are presented. The second-order regression equations, allowing simultaneous assessment of changes in the geometric and kinematic parameters of the drive mechanism by the magnitude of the torque  $M_y$  and mechanical power  $N$  have been obtained. The influence coefficients, allowing the use of the technique of the drive mechanism force analysis without taking into account friction forces have been introduced. The research

results can be used in designing the drive mechanism in order to reduce the mechanical power expended on the working chamber drive of the chain unit. The developed method of force analysis can be included in the corresponding section of the discipline “Theory of Mechanisms and Machines”.

**Key words:** drive mechanism; chain unit; force analysis; d’Alembert—Lagrange principle; balancing moment; mechanical characteristics; theoretical research; experimental study.

Fig. 12. Table 4. Ref.: 12 titles.

**Введение.** Цепные агрегаты — новое поколение машин, позволяющих совершенствовать технологические процессы дезинтеграции и грохочения дискретных материалов [1]. В частности, они могут быть применены на первичных стадиях измельчения мела, мергеля, трепела и других материалов, а также для разделения по крупности сыпучих материалов. Потенциал цепных агрегатов подтвержден практическими исследованиями [2; 3].

Экспериментальный образец цепного агрегата представлен на рисунке 1.

В состав цепного агрегата входит приводной механизм 1, рабочая камера 2 и электродвигатель 3, смонтированные на раме 4.

Объектом исследования является приводной механизм цепного агрегата, состоящий из кривошипа, шатуна и коромысла (рисунок 2).

Кривошип 1 является входным звеном и представляет собой диск с отверстиями, которые расположены на определенных расстояниях от оси вращения. Шатун 2 состоит из двух частей, соединение которых обеспечивает возможность изменения его длины. Выходным звеном является сдвоенное коромысло 3, части которого жестко соединены соединительной штангой 4. Описанная конструкция в теории механизмов и машин называется кривошипно-коромысловым механизмом.

Ниже приведены теоретические и экспериментальные исследования механических характеристик приводного механизма цепного агрегата, целью которых является изучение и установление закономерностей их влияния на значения уравновешивающего момента  $M_y$  и механической мощности  $N$ . Показано, что при заданных геометрических и массовых параметрах звеньев, а также типов кинематических пар приводного механизма возможно дальнейшее совершенствование конструкции приводного механизма в целях уменьшения механической мощности, затрачиваемой на привод рабочей камеры. Это достигается уменьшением веса звеньев,

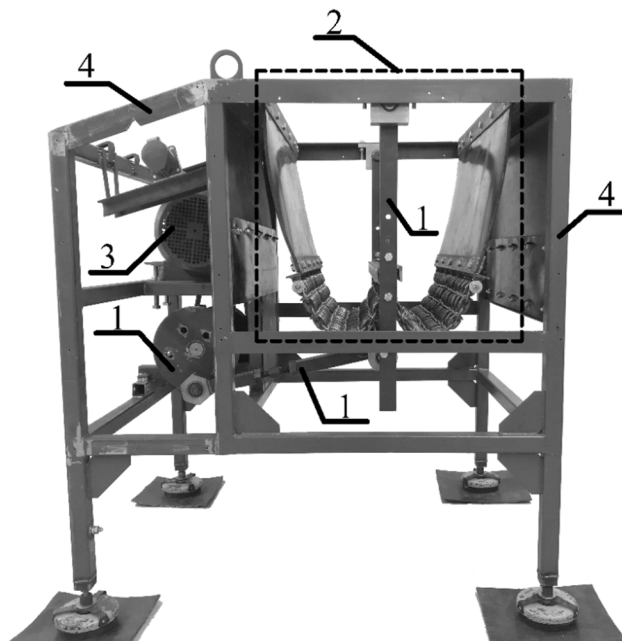


Рисунок 1. — Экспериментальный образец цепного агрегата

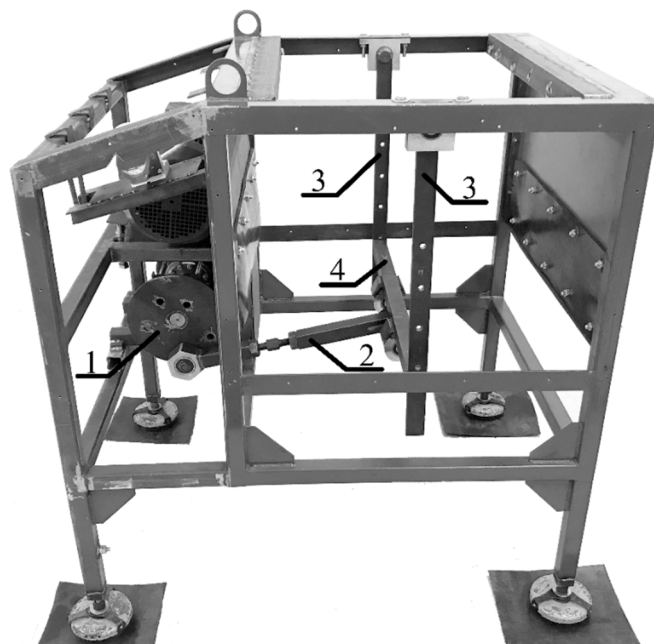
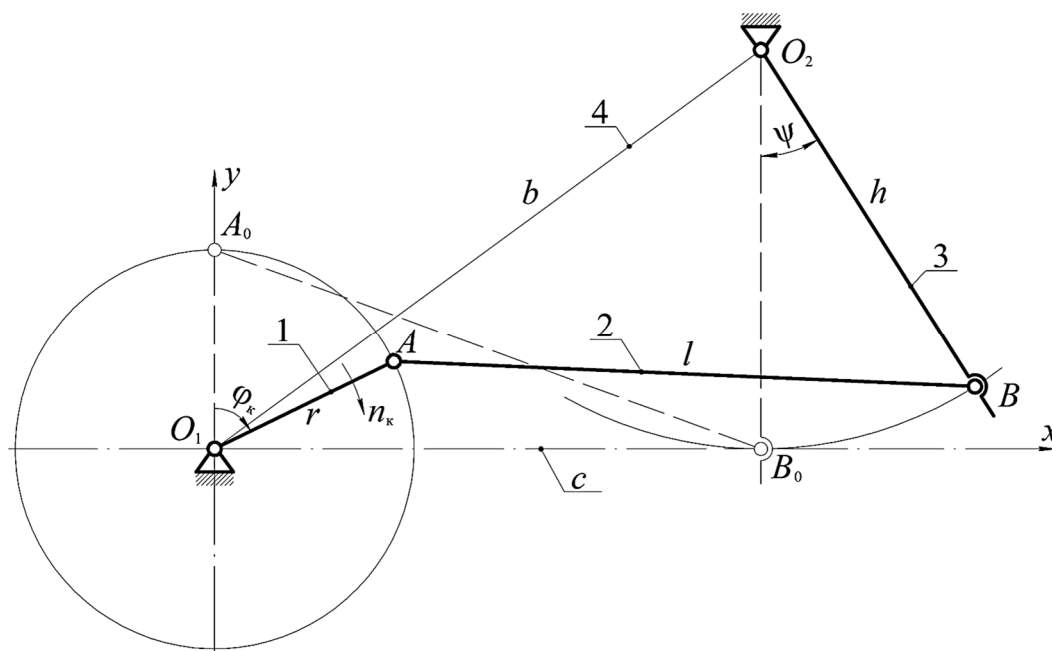


Рисунок 2. — Цепной агрегат без рабочей камеры

подбором кинематических пар и расположением центра масс движущихся частей. Такое варьирование параметрами механизма повышает трудозатраты на исследования. Поэтому целесообразно сравнить результаты экспериментальных исследований с теоретическими, полученными на основании разработанной нами методики силового анализа приводного механизма [4].

*Теоретические исследования механических характеристик приводного механизма.* Кинематическая схема описанной конструкции приводного механизма представлена на рисунке 3.

Введем обозначения:  $O_1A$  — кривошип;  $AB$  — шатун;  $BO_2$  — коромысло;  $O_1O_2$  — стойка. Длины звеньев обозначим буквами: кривошип —  $r$ ; шатун —  $l$ ; коромысло —  $h$ ; стойка —  $b$ . Проекцию отрезка  $b$  на ось абсцисс обозначим  $c = O_1B_0$ .



1 — кривошип; 2 — шатун; 3 — коромысло; 4 — стойка

Рисунок 3. — Кинематическая схема приводного механизма

В рассматриваемой схеме начало осей координат совмещено с осью вращения кривошипа  $O_1$ . Ось  $O_1x$  направлена по касательной к траектории, описываемой центром кинематической пары  $B$ . Движение механизма начинается из положения  $\varphi_k = 0^\circ, \psi = 0^\circ$  (см. рисунок 3). Звенья механизма в начальном положении показаны штриховой линией  $O_1A_0B_0O_2$ .

В качестве варьируемого геометрического параметра в приводном механизме принята длина кривошипа  $r$ . При её изменении необходимо соблюдение условия начального положения механизма ( $\varphi_k = 0^\circ, \psi = 0^\circ$ ). Это может быть достигнуто путем изменения длины шатуна  $l$ , которую можно вычислить по формуле  $l = \sqrt{r^2 + c^2}$ . Вторым варьируемым кинематическим параметром является частота вращения кривошипа  $n_k$ .

**Методология и методы исследования.** На первом этапе проведем исследование без учета сил трения. Для этого воспользуемся разработанной нами методикой силового анализа приводного механизма [4], уточним её и найдем величину уравновешивающего момента  $M_y$  в зависимости от угла поворота кривошипа  $\varphi_k$ .

На рисунке 4 представлена расчетная схема для определения величины уравновешивающего момента  $M_y$  приводного механизма.

В основу методики определения уравновешивающего момента  $M_y$  положен принцип Даламбера—Лагранжа [4]. Записываем общее уравнение динамики в сокращенном виде:

$$\sum_{i=1}^n \delta A_i = 0, \tag{1}$$

где  $n$  — количество сил, что действуют на звенья механизма или рассматриваемой его части;

$\delta A_i$  — возможная элементарная работа силы  $F_i$  (или момента  $M_i$ ), приложенной к звену.

Чтобы составить уравнение (1), применяем методику принципа возможных перемещений [5; 6]. Далее везде учитываем, что звенья 1, 3 совершают вращательное движение, звено 2 — плоскопараллельное. Движение звена 2 можно рассматривать и как вращательное движение вокруг подвижного центра поворота  $P_2$  (см. рисунок 4).

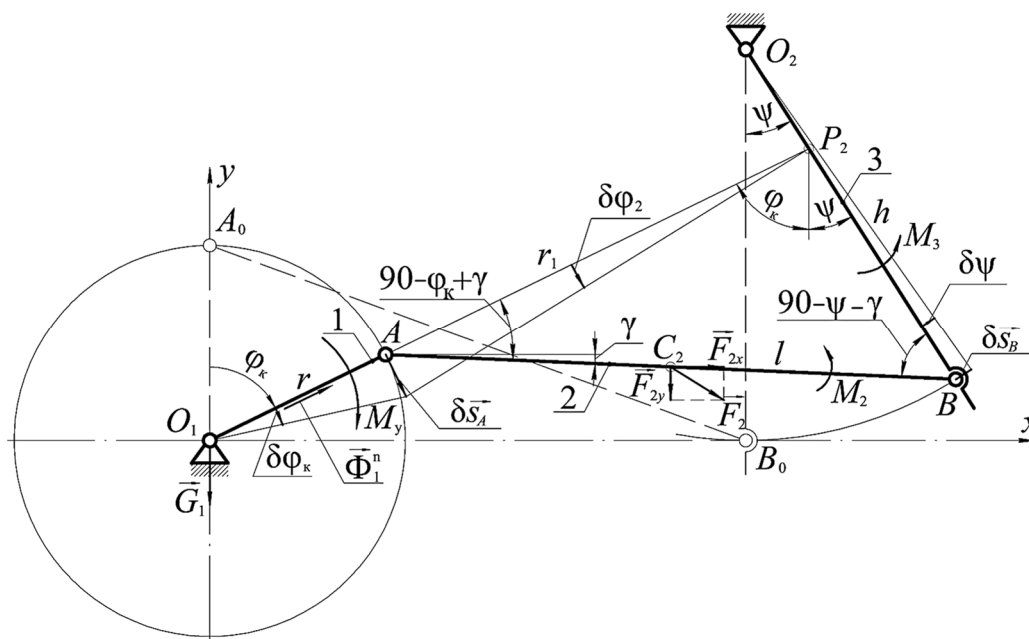


Рисунок 4. — Расчетная схема для определения величины уравновешивающего момента  $M_y$

Для определения момента  $M_y$  в качестве независимого возможного перемещения примем угловое перемещение  $\delta\varphi_k$  кривошипа. Возможные перемещения других звеньев и кинематических пар обозначим  $\delta\varphi_2, \delta\psi, \delta s_A, \delta s_B$ . Перепишем уравнение (1) в развернутом виде:

$$M_y \delta\varphi_k + M_{P_2} (\vec{F}_{2x}) \delta\varphi_2 + M_{P_2} (\vec{F}_{2y}) \delta\varphi_2 + M_2 \delta\varphi_2 + M_3 \delta\psi = 0. \quad (2)$$

Используя рисунок 4, выражаем возможные перемещения  $\delta\varphi_2, \delta\psi$  через независимое  $\delta\varphi_k$ :

$$\delta\varphi_2 = \delta s_A / AP_2 = r \delta\varphi_k / r_1 = c_1 \delta\varphi_k; \quad \delta\psi = \delta s_B / h = \delta\varphi_2 h_1 / h = h_1 r \delta\varphi_k / r_1 h = c_2 \delta\varphi_k,$$

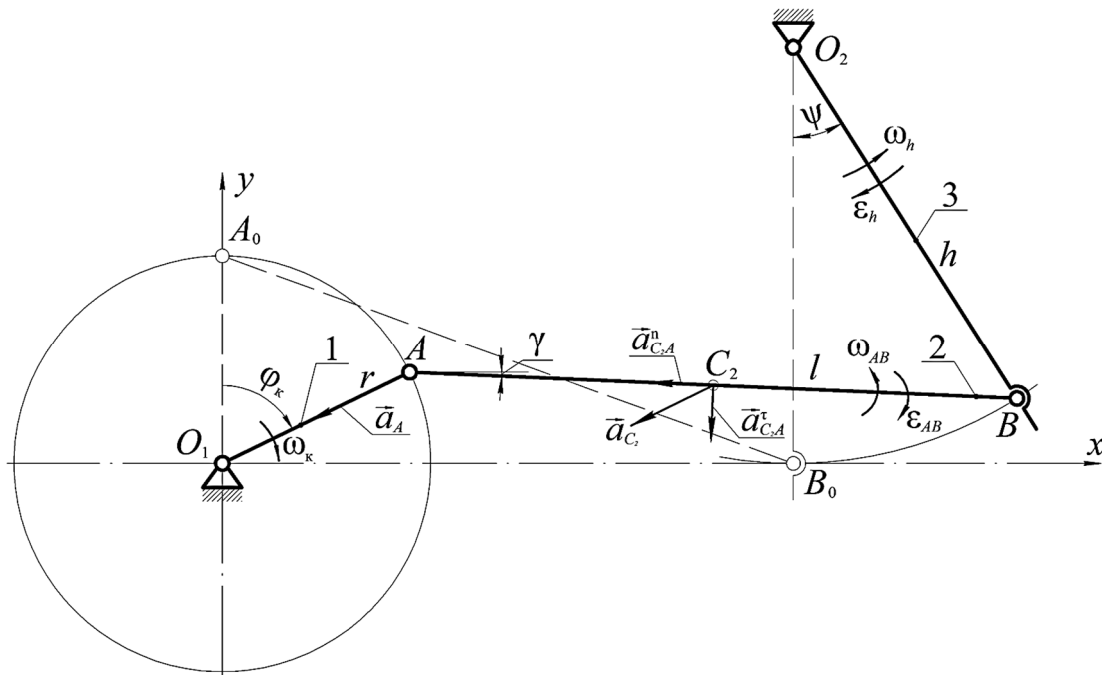
где  $r_1 = AP_2 = \sin(90^\circ - \psi - \gamma) l / \sin(\varphi_k + \psi)$ ;  $c_1 = r / r_1$ ;  $h_1 = BP_2 = \sin(90^\circ - \varphi_k + \gamma) l / \sin(\varphi_k + \psi)$ ;  $c_2 = r h_1 / r_1 h$ . Углы  $\psi$  и  $\gamma$  заимствуем из разработанного нами кинематического анализа механизма [7].

Подставляем полученные  $\delta\varphi_2, \delta\psi$  в уравнение (2) и выносим за скобки  $\delta\varphi_k$ :

$$\left\{ M_y + c_1 \left[ M_{P_2} (\vec{F}_{2x}) + M_{P_2} (\vec{F}_{2y}) + M_2 \right] + c_2 M_3 \right\} \delta\varphi_k = 0. \quad (3)$$

Поскольку в равенстве (3)  $\delta\varphi_k \neq 0$ , то  $M_y + c_1 \left[ M_{P_2} (\vec{F}_{2x}) + M_{P_2} (\vec{F}_{2y}) + M_2 \right] + c_2 M_3 = 0$ , откуда  $M_y = -c_1 \left[ M_{P_2} (\vec{F}_{2x}) + M_{P_2} (\vec{F}_{2y}) + M_2 \right] - c_2 M_3$ .

Для определения силового воздействия на шатун 2 и коромысло 3 необходимо определить кинематические характеристики приводного механизма. Для этого воспользуемся упомянутой методикой кинематического анализа [7]. Покажем направления угловых скоростей и ускорений звеньев, а также ускорение центра масс шатуна  $C_2$  (рисунок 5).



**Рисунок 5.** — Кинематические характеристики звеньев приводного механизма:  $\omega_k, \omega_{AB}, \omega_h$  — угловые скорости кривошипа, шатуна и коромысла;  $\epsilon_{AB}, \epsilon_h$  — их угловые ускорения;  $a_{C_2}$  — ускорение центра масс шатуна  $C_2$

Для определения ускорения  $a_{C_2}$  центра масс  $C_2$  шатуна воспользуемся формулой

$$\vec{a}_{C_2} = \vec{a}_A + \vec{a}_{C_2A}^n + \vec{a}_{C_2A}^\tau. \tag{4}$$

Проецируем составляющие равенства (4) на взаимно ортогональные оси  $O_1x, O_1y$ :

$$a_{C_2}^x = -a_A \sin \varphi_k - a_{C_2A}^n \cos \gamma - a_{C_2A}^\tau \sin \gamma; \quad a_{C_2}^y = -a_A \cos \varphi_k - a_{C_2A}^n \sin \gamma + a_{C_2A}^\tau \cos \gamma,$$

где  $a_A = r\omega_k^2$ ,  $\omega_k = \pi n_k/30$  — угловая скорость кривошипа;  $a_{C_2A}^n = \omega_{AB}^2 AC_2$ ,  $a_{C_2A}^\tau = \varepsilon_{AB} AC_2$ ,  $AC_2$  — расстояние от кинематической пары  $A$  до центра масс шатуна  $C_2$ .

Окончательно получаем  $a_{C_2} = \sqrt{(a_{C_2}^x)^2 + (a_{C_2}^y)^2}$ .

Для определения составляющих уравнения (3), относящихся к шатуну, воспользуемся рисунком 6.

Силовое воздействие на шатун 2 приводится к силе  $F_2$ , приложенной к его центру тяжести  $C_2$  и моменту  $M_2$ . При этом  $\vec{F}_2 = \vec{G}_2 + \vec{\Phi}_2$ , где  $G_2$  — сила тяжести шатуна;  $\vec{\Phi}_2 = -m_2 \vec{a}_{C_2}$  — главный вектор сил инерции,  $m_2$  — масса шатуна,  $a_{C_2}$  — ускорение центра масс  $C_2$ .

Для нахождения силы  $F_2$  необходимо главный вектор сил инерции  $\vec{\Phi}_2$  спроецировать на оси  $O_1x, O_1y$ :

$$\Phi_2^x = \Phi_2 \cos \alpha; \quad \Phi_2^y = \Phi_2 \sin \alpha,$$

где  $\alpha = \arctg(a_{C_2}^y / a_{C_2}^x)$  — угол наклона вектора ускорения  $\vec{a}_{C_2}$  к оси  $O_1x$ .

Сила тяжести  $G_2$  суммируется с составляющей  $\Phi_2^y$  главного вектора сил инерции  $\vec{\Phi}_2$ :  $\Phi_2^{y'} = G_2 + \Phi_2^y$ .

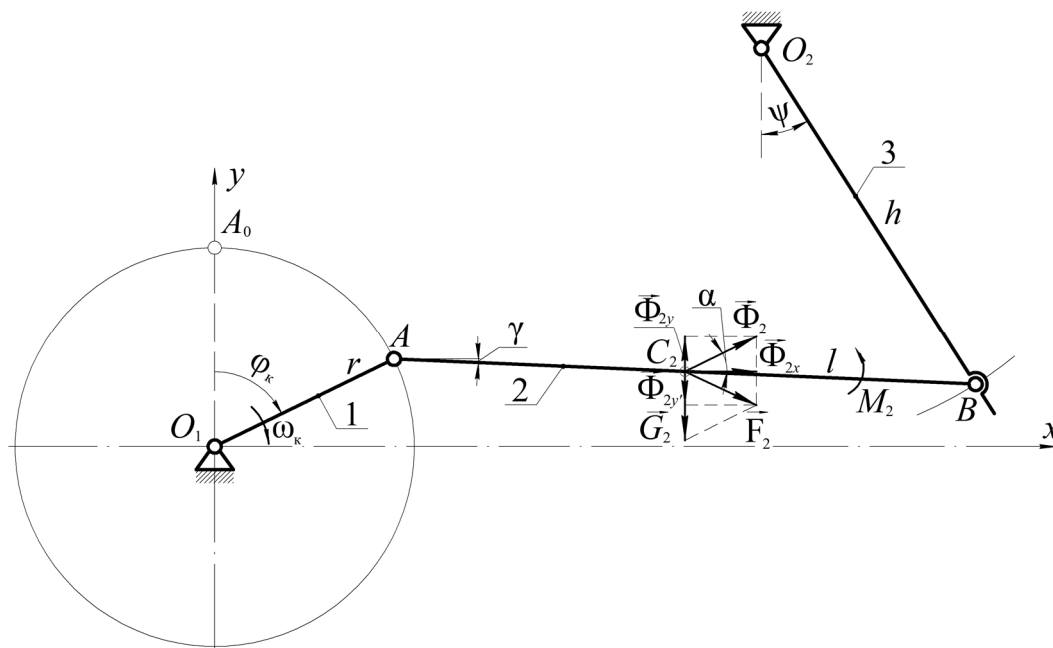


Рисунок 6. — Силовое воздействие на шатун

Окончательно сила  $F_2 = \sqrt{(\Phi_2^x)^2 + (\Phi_2^{y'})^2}$ .

Для нахождения составляющих  $M_{P_2}(\vec{F}_{2x})$ ,  $M_{P_2}(\vec{F}_{2y})$  уравнения (3) проецируем силу  $F_2$  на оси  $O_1x$ ,  $O_1y$ , а затем находим плечи  $C_2D$ ,  $DP_2$  сил  $F_{2x}$ ,  $F_{2y}$  относительно подвижного центра поворота  $P_2$  (рисунок 7):

$$F_{2x} = F_2 \cos \alpha_1; \quad F_{2y} = F_2 \sin \alpha_1,$$

где  $\alpha_1 = \arctg(\Phi_2^{y'}/\Phi_2^x)$ ; в треугольнике  $AP_2C_2$  согласно теореме косинусов

$$P_2C_2 = \sqrt{(AP_2)^2 + (AC_2)^2 - 2(AP_2)(AC_2)\cos(90^\circ - \varphi_k + \gamma)}; \quad \text{угол } \eta = \varphi_k - \beta,$$

где  $\beta = \arccos\left[\frac{(P_2C_2)^2 + (AP_2)^2 - (AC_2)^2}{2(P_2C_2)(AP_2)}\right]$ .

Тогда  $C_2D = P_2C_2 \cos \eta$ ;  $DP_2 = P_2C_2 \sin \eta$ .

Окончательно  $M_{P_2}(\vec{F}_{2x}) = F_{2x}C_2D$ ;  $M_{P_2}(\vec{F}_{2y}) = F_{2y}DP_2$ .

Момент  $M_2$  направлен противоположно угловому ускорению шатуна  $\varepsilon_{AB}$  (см. рисунок 7) и определяется по формуле

$$M_2 = -J_{C_2} \varepsilon_{AB},$$

где  $J_{C_2}$  — момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс  $C_2$  звена и перпендикулярной к плоскости движения звена.

Если в расчетах принять, что шатун представляет собой однородный стержень, тогда его момент инерции  $J_{C_2} = 1/12 m_2 l^2$ .

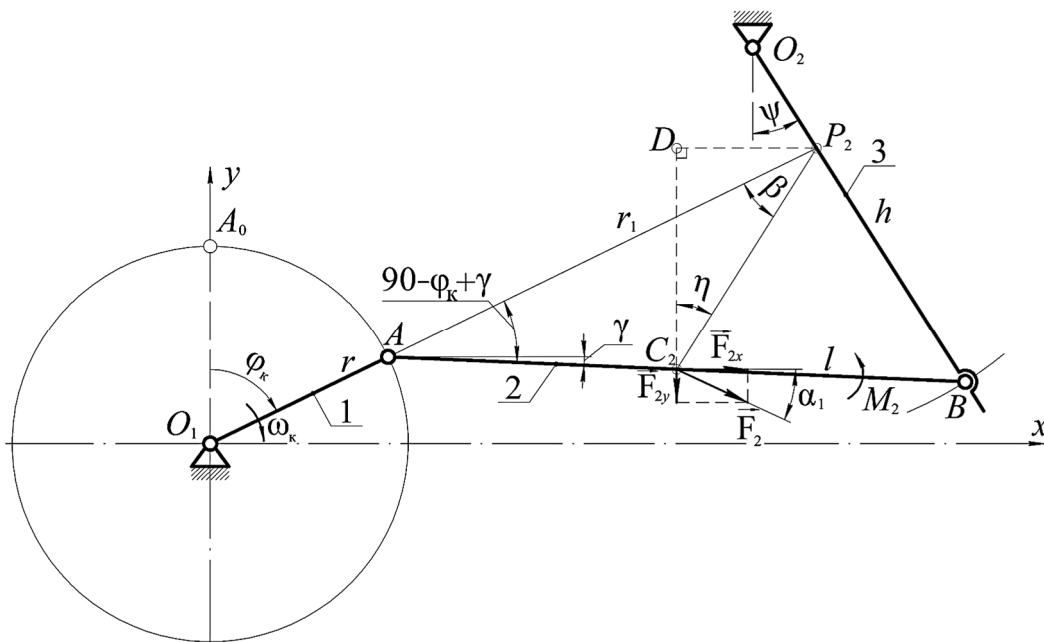


Рисунок 7. — Иллюстрация для нахождения плеч сил  $F_{2x}$ ,  $F_{2y}$  относительно подвижного полюса  $P_2$

В уравнении (3) момент  $M_3$  многокомпонентный. Для его определения воспользуемся схемой, представленной на рисунке 8:

$$M_3 = -M_{O_2}(\vec{G}_3) - M_{O_2}(\vec{G}_{ш.с}) + M_{O_2}(\vec{\Phi}_к^\tau) + M_{O_2}(\vec{\Phi}_{ш.с}^\tau),$$

где  $G_3, G_{ш.с}$  — силы тяжести коромысла и соединительной штанги;

$\Phi_k^\tau, \Phi_{ш.с}^\tau$  — равнодействующая распределенной по длине коромысла его тангенциальная сила инерции и тангенциальная сила инерции соединительной штанги.

Моменты сил тяжести коромысла  $G_3$  и соединительной штанги  $G_{ш.с}$  относительно оси  $O_2$  поворота коромысла

$$M_{O_2}(\vec{G}_3) = m_3 g O_2 C_3 \sin \psi; \quad M_{O_2}(\vec{G}_{ш.с}) = m_{ш.с} g O_2 Ш_с \sin \psi,$$

где  $m_3$  — масса коромысла;

$g$  — ускорение свободного падения;

$O_2 C_3$  — расстояние от оси поворота коромысла  $O_2$  до центра масс  $C_3$  коромысла;

$\psi$  — угол поворота коромысла;

$m_{ш.с}$  — масса соединительной штанги;

$O_2 Ш_с$  — расстояние от оси поворота коромысла  $O_2$  до центра масс соединительной штанги  $Ш_с$ .

Момент равнодействующей тангенциальной силы инерции  $\Phi_k^\tau$  относительно оси поворота коромысла  $O_2$  определяем по формуле

$$M_{O_2}(\vec{\Phi}_к^\tau) = -J_{O_2} \varepsilon_h,$$

где  $J_{O_2}$  — момент инерции коромысла относительно его оси вращения (для однородного стержня момент инерции  $J_{O_2} = 1 / 3 m_3 h^2$ );

$\varepsilon_h$  — угловое ускорение коромысла.

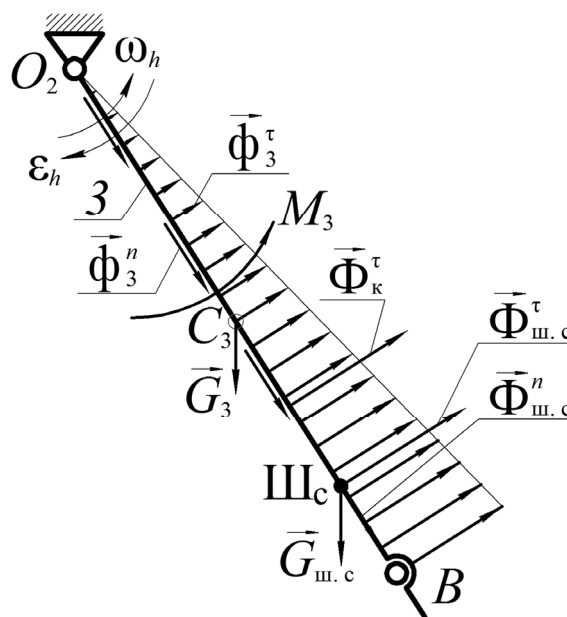


Рисунок 8. — Схема для определения момента  $M_3$



Момент тангенциальной силы инерции  $\Phi_{ш.с}^{\tau}$  соединительной штанги относительно её оси поворота

$$M_{O_2}(\bar{\Phi}_{ш.с}^{\tau}) = -m_{ш.с} h_{ш.с}^2 \varepsilon_h,$$

где  $h_{ш.с} = O_2Ш_с$  — расстояние от оси до центра масс соединительной штанги  $Ш_с$ .

В созданном экспериментальном образце цепного агрегата длина кривошипа  $r$  изменяется в пределах 50...110 мм (с шагом 15 мм); остальные геометрические параметры постоянные:  $h = 585$  мм;  $b = 796,1$  мм;  $c = 540$  мм. Частота вращения кривошипа  $n_k$  может изменяться в пределах от 0 до 487 об / мин.

В расчетах принимаем следующие параметры приводного механизма:  $n_k = 90, 120, 150$  об / мин и  $r = 65, 80, 95$  мм. По формуле  $l = \sqrt{r^2 + c^2}$  вычисляем соответствующие длины шатунов:  $l \approx 543,9; 545,9; 548,3$  мм. С помощью компьютерного моделирования в программе КОМПАС-3D уточняем массы, расположение их центров и моменты инерции звеньев приводного механизма. Получаем массы шатуна, коромысла, соединительной штанги соответственно:  $m_2 = 7,791$  кг;  $m_3 = 4,696$  кг;  $m_{ш.с} = 12,749$  кг. Положения центров масс звеньев и соединительной штанги задаются отрезками:  $AC_2 \approx 255,6; 256,6; 257,8$  мм;  $O_2C_3 = 330,5$  мм;  $O_2Ш_с = 546,4$  мм. Расстояние  $O_2Ш_с$  определено с учетом масс подшипников, их корпусов и укрепляющих пластин (на рисунке 8 не показаны). Моменты инерции: шатуна —  $J_{C_2} = 0,297; 0,299; 0,303$  кг · м<sup>2</sup> и сдвоенного коромысла  $J_{O_2} = 0,736$  кг · м<sup>2</sup>.

При составлении уравнения (1) будем учитывать конструктивную массу  $m_A$  кинематической пары  $A$ , моделируя её материальной точкой. В экспериментальном образце агрегата  $m_A = 0,23$  кг. Расчетная схема для этого случая приведена на рисунке 9.

Для нахождения плеча  $O_1E$  силы  $G_A$  рассмотрим прямоугольный треугольник  $O_1AE$  (см. рисунок 9). Сторона  $O_1A$  треугольника известна, она равна длине кривошипа  $r$ . Тогда плечо  $O_1E$  силы  $G_A$ :  $O_1E = O_1A \sin \varphi_k = r \sin \varphi_k$ .

Окончательно  $M_{O_1}(\bar{G}_A) = G_A O_1E$ .

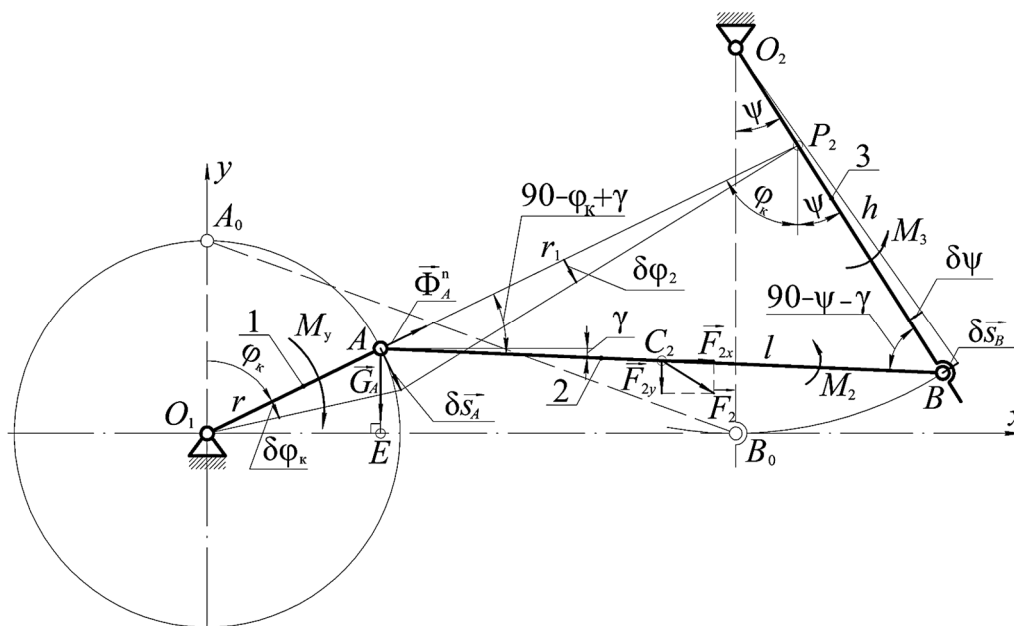


Рисунок 9. — Расчетная схема для определения величины уравновешивающего момента  $M_y$  с учетом сосредоточенной массы  $m_A$  в кинематической паре  $A$

Запишем уравнение (1) в развернутом виде с учетом момента от силы  $G_A$ :

$$M_y \delta\varphi_k + M_{O_1}(\vec{G}_A)\delta\varphi_k + M_{P_2}(\vec{F}_{2x})\delta\varphi_2 + M_{P_2}(\vec{F}_{2y})\delta\varphi_2 + M_2\delta\varphi_2 + M_3\delta\psi = 0. \quad (5)$$

Производим аналогичные преобразования, как для уравнений (2) и (3); окончательно получаем  $M_y = -M_{O_1}(\vec{G}_A) - c_1 [M_{P_2}(\vec{F}_{2x}) - M_{P_2}(\vec{F}_{2y}) - M_2] - c_2 M_3$ .

Используя полученные выше формулы и параметры экспериментального образца цепного агрегата, определяем величину уравновешивающего момента  $M_y$  в зависимости от угла поворота кривошипа  $\varphi_k$  (в градусах) и строим соответствующий график (рисунок 10).

График, представленный на рисунке 10, позволяет найти среднюю  $M_{y, \text{cp}}$  и максимальную  $M_{y, \text{max}}$  величину уравновешивающего момента  $M_y$ , что дает возможность сравнить названные величины с экспериментальными, оценить влияние изменения геометрических и кинематических параметров приводного механизма, а также подобрать двигатель по максимальной величине момента.

Средняя величина уравновешивающего момента  $M_{y, \text{cp}}$  в теоретических исследованиях определяется по выражению

$$M_{y, \text{cp}} = A / \sum_{i=1}^n \varphi_{k_i},$$

где  $A$  — работа момента  $M_y$ , приложенного к кривошипу (на рисунке 10 соответствует заштрихованным площадям  $S_1$  или  $S_2$ );

$\sum_{i=1}^n \varphi_{k_i}$  — суммарный угол поворота кривошипа, на котором вычисляем работу.

Переход к механической мощности  $N$  производится по известной из курса теоретической механики зависимости  $N = M\omega_k$ . Форма её кривой аналогична представленной на рисунке 10, поэтому отдельно её не приводим.

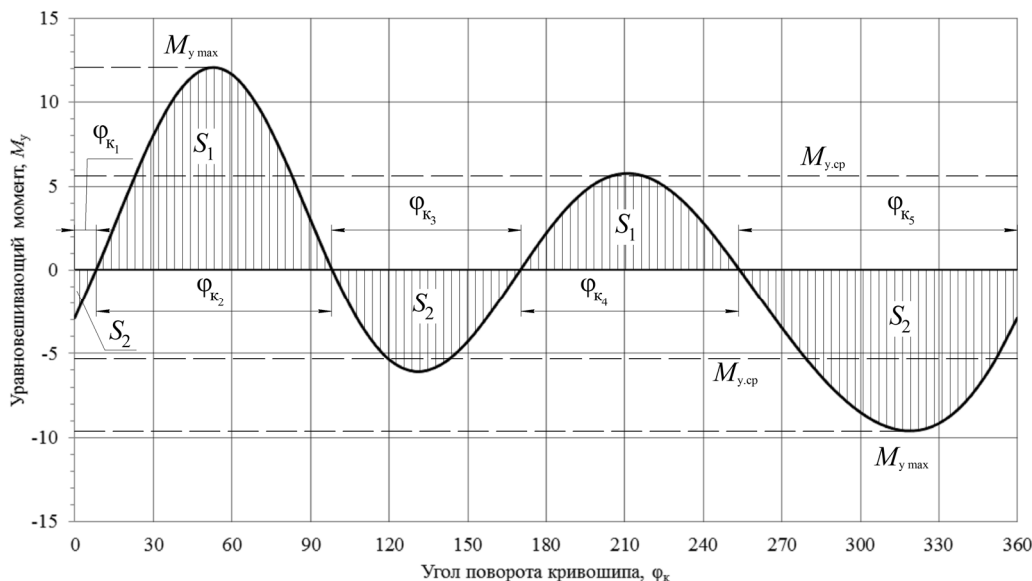


Рисунок 10. — График изменения величины уравновешивающего момента  $M_y$  в зависимости от угла поворота кривошипа  $\varphi_k$

*Экспериментальное исследование механических характеристик приводного механизма.*  
Для определения величины момента  $M$  и механической мощности  $N$  в эксперименте использовался датчик крутящего момента 3 (М40-1к) совместно с компенсационными муфтами 2 (МК-1), установленный между ведомым шкивом ременной передачи 4 и кривошипом 1 (рисунок 11).

Датчик крутящего момента М40-1к производства ООО «ТИЛКОМ» (Минск, Республика Беларусь), внесенный в Государственный реестр средств измерений и стандартных образцов Республики Беларусь (№ 14354 от 15.09.2021), позволяет измерять момент  $M$  на валу кривошипа, частоту его вращения  $n_k$  и среднее значение механической мощности  $N_{cp}$  с частотой дискретизации 5 кГц.

Величина момента  $M_y$  определяется как функция времени  $t$ :  $M_y = f(t)$ , а среднее значение механической мощности  $N_{cp} = M_{y, cp} \omega_k$ , где  $M_{y, cp}$  — среднее значение момента за период измерения, Н · м;  $\omega_k$  — угловая скорость кривошипа, рад / с.

Фрагмент результата измерений момента  $M_y$  с помощью датчика М40-1к наглядно представлен на рисунке 12.

В экспериментальных исследованиях момент  $M_y$  определяется как функция времени  $t$ :  $M_y = f(t)$ . Его среднюю величину  $M_{y, cp}$  определяем, как в теоретических исследованиях, учитывая, что

$$\varphi_k = \omega_k t,$$

где  $t$  — время измерения.

Максимальная величина момента  $M_{max}$  в экспериментах определялась как среднее арифметическое максимальных значений момента за период измерений.

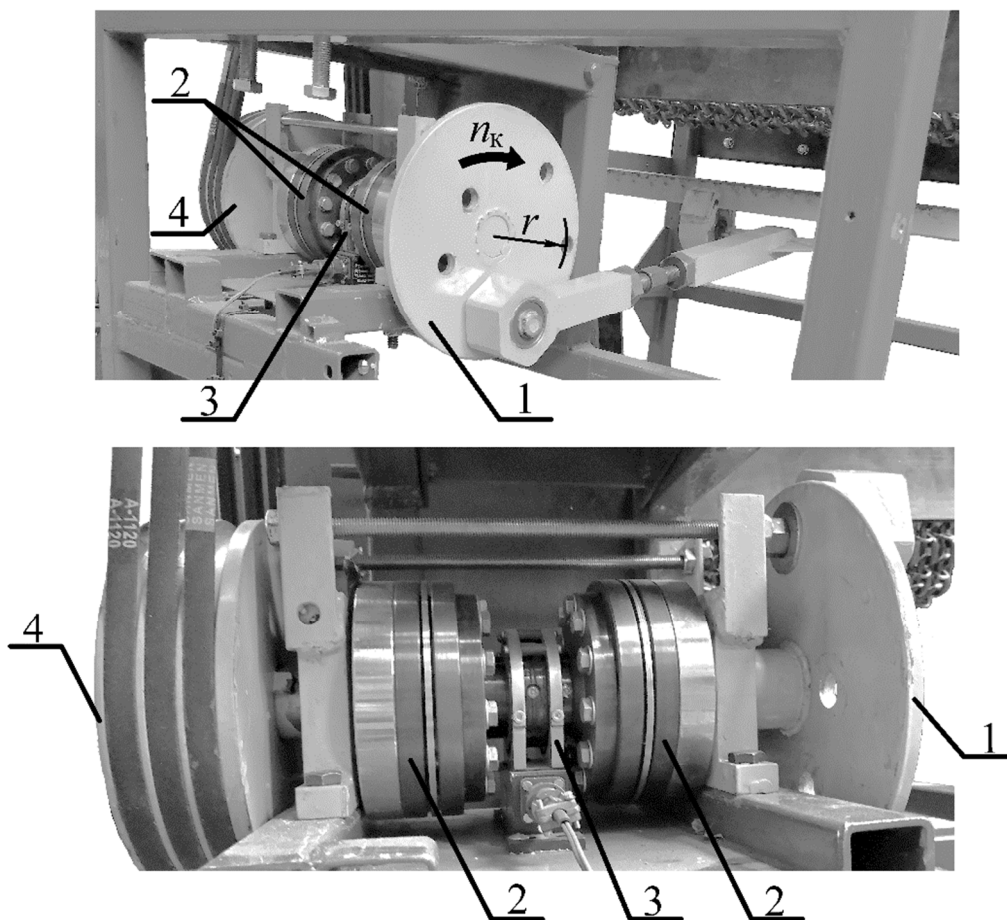
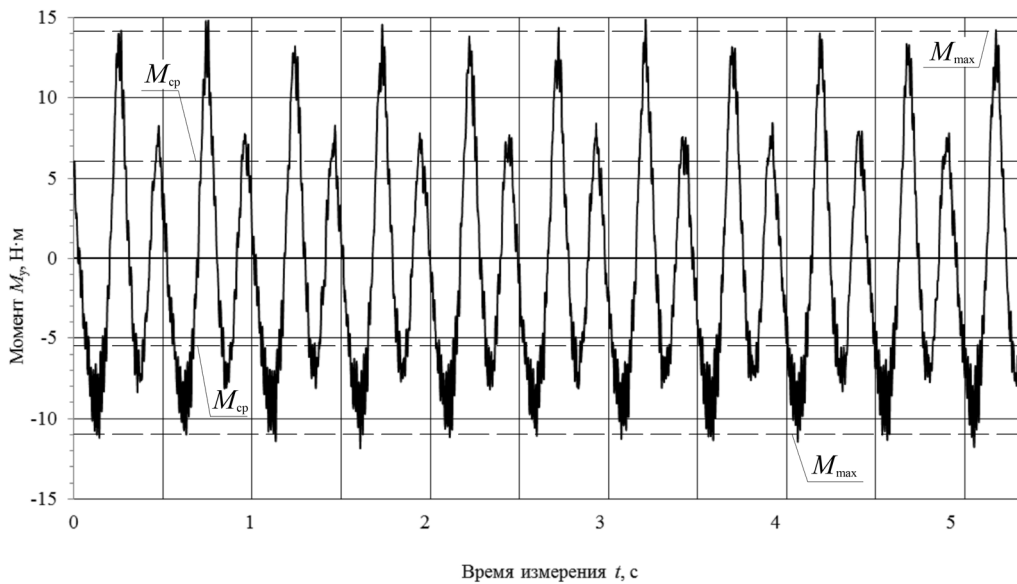


Рисунок 11. — Датчик крутящего момента



**Рисунок 12. — Фрагмент результата измерений момента  $M_y$  с помощью датчика М40-1к**

Для оценки одновременного влияния геометрических и кинематических параметров приводного механизма на механические характеристики был применен метод планирования эксперимента — ортогональный план второго порядка, в котором каждый опыт проводился не менее 30 с при установившейся частоте вращения кривошипа  $n_k$  и трехкратном его повторении, что позволило в каждом измерении получить не менее 150 000 значений момента  $M$  и проверить воспроизводимость опытов согласно критерию Кохрена.

Варьируемые параметры:  $x_1$  — длина кривошипа  $r$ ;  $x_2$  — частота вращения кривошипа  $n_k$ . Они наглядно показаны на рисунке 11, а уровни и интервалы варьирования факторов представлены в таблице 1.

Согласно рекомендациям, изложенным в работах [8—12], уравнения регрессии определялись поэтапно. Адекватность полученных уравнений проверялась с помощью критерия Фишера ( $F$ -критерия) при 5 %-ном уровне значимости. Полученные уравнения принимаем, если расчетное значение критерия Фишера  $F_p$  меньше табличного:  $F_T, F_p < F_{T(\alpha; f_{числ}; f_{знам})}$ .

**Результаты исследования и их обсуждение.** Ниже представлены матрицы планирования экспериментов с результатами опытов и уравнениями регрессии в кодированных и натуральных переменных (таблицы 2, 3).

По итогам обработки результатов эксперимента, представленных в таблице 2, получены следующие уравнения регрессии:

$$y = 6,037342 + 2,791605x_1 + 3,794098x_2 + 1,667235x_1x_2 + 0,569372x_1^2 + 0,644102x_2^2; \quad (6)$$

$$y = -5,4516 - 1,96255x_1 - 2,84867x_2 - 1,07848x_1x_2 - 0,23876x_1^2 - 0,53276x_2^2. \quad (7)$$

**Т а б л и ц а 1. — Уровни и интервалы варьирования факторов**

Факторы	Кодированное обозначение	Интервалы варьирования	Уровни факторов		
			-1	0	+1
Длина кривошипа $r$ , мм	$x_1$	15	65	80	95
Частота вращения кривошипа $n_k$ , об / мин	$x_2$	30	90	120	150

Т а б л и ц а 2. — Матрица ортогонального центрального композиционного плана второго порядка и результаты опытов (определение средней величины момента  $M_{cp}$ )

Содержание плана	Номер опыта	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_1x_2$	$x_1^2 - \frac{2}{3}$	$x_2^2 - \frac{2}{3}$	Результаты измерений			$\bar{y}(M_{cp})$
								$y_1(M_{cp})$	$y_2(M_{cp})$	$y_3(M_{cp})$	
План типа $2^2$	1	+	+	+	+	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	15,51052	15,61065	15,73369	15,61828
								-12,51274	-12,11221	-12,12315	-12,24936
	2	+	-	+	-	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	6,57545	6,35417	6,93006	6,61989
								-5,97031	-5,91273	-6,21476	-6,03260
	3	+	+	-	-	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	4,25156	4,8404	4,52015	4,53737
								-4,40113	-4,18103	-4,21114	-4,26443
	4	+	-	-	+	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	2,21145	2,16007	2,25224	2,20792
								-2,11356	-2,62089	-2,35029	-2,36158
«Звездные» точки с плечом $\alpha = 1$	5	+	+	0	0	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	9,28471	9,41266	9,28516	9,32751
								-7,42443	-7,73496	-7,37193	-7,51044
	6	+	-	0	0	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	3,76436	3,97079	3,98201	3,90572
								-3,70224	-3,92083	-3,94118	-3,85475
	7	+	0	+	0	$-\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{3}$	10,24492	10,32264	10,41405	10,32720
								-8,41018	-8,86121	-8,81254	-8,69464
	8	+	0	-	0	$-\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{3}$	2,84192	3,07088	3,25367	3,05549
								-3,10760	-3,13619	-3,53186	-3,25855
Центр плана	9	+	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	6,07145	5,85467	6,12652	6,01754
								-5,35758	-5,53273	-5,51105	-5,46712

Т а б л и ц а 3. — Матрица ортогонального центрального композиционного плана второго порядка и результаты опытов (определение максимальных значений момента  $M_{max}$ )

Содержание плана	Номер опыта	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_1x_2$	$x_1^2 - \frac{2}{3}$	$x_2^2 - \frac{2}{3}$	Результаты измерений			$\bar{y}(M_{max})$
								$y_1(M_{max})$	$y_2(M_{max})$	$y_3(M_{max})$	
План типа $2^2$	1	+	+	+	+	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	32,51667	32,65636	32,87588	32,68297
								-20,3326	-20,55661	-20,84965	-20,57962
	2	+	-	+	-	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	14,28545	14,6263	14,39824	14,43666
								-10,24797	-10,56701	-10,74179	-10,51892
	3	+	+	-	-	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	13,21467	13,02125	13,02312	13,08635
								-9,544	-9,1475	-9,16688	-9,28613
	4	+	-	-	+	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	6,25867	6,16937	6,00250	6,14351
								-5,802	-5,8125	-5,70375	-5,77275
«Звездные» точки с плечом $\alpha = 1$	5	+	+	0	0	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	20,91688	21,17067	20,75261	20,94672
								-14,14	-14,20167	-14,22214	-14,18794
	6	+	-	0	0	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	9,12375	9,48640	9,53762	9,38259
								-8,02364	-8,1075	-8,21167	-8,11427

Окончание таблицы 3

Содержание плана	Номер опыта	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_1 x_2$	$x_1^2 - \frac{2}{3}$	$x_2^2 - \frac{2}{3}$	Результаты измерений			$\bar{y}(M_{\max})$
								$y_1(M_{\max})$	$y_2(M_{\max})$	$y_3(M_{\max})$	
	7	+	0	+	0	$-\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{3}$	20,25179	20,75385	20,52516	20,51026
								-14,72327	-14,64621	-14,63188	-14,66712
	8	+	0	-	0	$-\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{3}$	8,678	8,96182	8,94882	8,86288
								-7,3305	-7,32391	-7,37	-7,34147
Центр плана	9	+	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	14,0375	14,18619	14,08375	14,10248
								-10,794	-11,25826	-10,78682	-10,94636

Для уравнения (6) расчетное значение критерия Фишера  $F_p = 3,107$ , а для уравнения (7) —  $F_p = 2,817$ , что меньше табличного  $F_{T(0,05; 3; 18)} = 3,160$  [7].

В натуральных переменных уравнения (6) и (7) принимают следующий вид:

$$M_{cp} = 38,0411722 - 0,66337575r - 0,341687933n_k + 3,7049666 \cdot 10^{-3}rn_k + 2,53054222 \cdot 10^{-3}r^2 + 7,15668888 \cdot 10^{-4}n_k^2; \tag{8}$$

$$M_{cp} = -21,91311555 + 0,326542888r + 0,238843444n_k - 2,3966222 \cdot 10^{-3}rn_k - 1,0611556 \cdot 10^{-3}r^2 - 5,9195556 \cdot 10^{-4}n_k^2. \tag{9}$$

*Сравнение теоретических значений моментов с экспериментальными величинами.* Для определения сопоставляемых экспериментальных величин уравновешивающих моментов использован алгоритм планирования эксперимента. При этом для конкретных длин  $r$  кривошипов и частот  $n_k$  их вращения в опыте получены по 18 значений моментов  $M_{cp}^э$ ,  $M_{\max}^э$ , а также записаны уравнения регрессии в кодированных (6), (7) и натуральных (8), (9) переменных. Это позволило предсказать экспериментальные значения моментов в исследуемом диапазоне с доверительной вероятностью в 95 %. Отдельно сравнивались средние значения моментов  $M_{cp}^э$  со средними значениями  $M_{cp}^т$  и максимальные экспериментальные значения  $M_{\max}^э$  с максимальными теоретическими  $M_{\max}^т$ . Численные различия сопоставляемых моментов характеризуем коэффициентами влияния  $k_{cp}$  — для средних моментов  $M_{cp}^э$ ,  $M_{cp}^т$  и  $k_{\max}$  — для максимальных  $M_{\max}^э$ ,  $M_{\max}^т$ , вычисляемых по следующим формулам:

$$k_{cp} = M_{cp}^э / M_{cp}^т; \quad k_{\max} = M_{\max}^э / M_{\max}^т. \tag{10}$$

Как видим, коэффициенты  $k_{cp}$ ,  $k_{\max}$  показывают, во сколько раз значения моментов, полученных опытным путем, больше их теоретических величин, следовательно, позволяют оценить влияние не учитываемых в расчетных схемах факторов (трения в кинематических парах, неоднородности звеньев и др.) на значения  $M_{cp}^т$ ,  $M_{\max}^т$ .

Вычисления, выполняемые по формулам (10), сведены в таблицу 4.

Из таблицы 4 видно, что наибольшие коэффициенты влияния  $k_{cp} = 1,23$ ;  $k_{\max} = 1,29$ .

Т а б л и ц а 4. — Вычисления по формулам (10)

Номер опыта	Среднее значение момента $M_{cp}$		$k_{cp}$	Максимальные значения момента $M_{max}$		$k_{max}$
	$M_{cp}^3$	$M_{cp}^T$		$M_{max}^3$	$M_{max}^T$	
1	15,61828	12,67186	1,23	32,68297	25,6982	1,27
	-12,24936	-11,85432	1,03	-20,57962	-19,3294	1,06
2	6,61989	5,85093	1,13	14,43666	11,8934	1,21
	-6,03260	-5,59654	1,08	-10,51892	-9,8723	1,07
3	4,53737	4,42133	1,03	13,08635	10,269	1,27
	-4,26443	-4,09033	1,04	-9,28613	-7,8518	1,18
4	2,20792	2,21181	1,00	6,14351	5,2475	1,17
	-2,36158	-2,18738	1,08	-5,77275	-4,4586	1,29
5	9,32751	8,01448	1,16	20,94672	17,0026	1,23
	-7,51044	-7,3324	1,02	-14,18794	-12,8329	1,11
6	3,90572	3,75522	1,04	9,38259	8,1376	1,15
	-3,85475	-3,55223	1,09	-8,11427	-6,7912	1,19
7	10,32720	8,90249	1,16	20,51026	17,9913	1,14
	-8,69464	-8,42128	1,03	-14,66712	-14,2158	1,03
8	3,05549	3,20859	0,95	8,86288	7,5015	1,18
	-3,25855	-3,03515	1,07	-7,34147	-6,0487	1,21
9	6,01754	5,63878	1,07	14,10248	12,0732	1,17
	-5,46712	-5,27499	1,04	-10,94636	-9,5827	1,14

В результате сравнения моментов в 18 опытах (см. таблицу 2) при различных значениях длины кривошипа  $r$  и его частоты вращения  $n_k$  с помощью уравнений регрессий (8) и (9) получен коэффициент влияния с доверительной вероятностью 95 %, который составляет  $k_{cp} = 1,23$ . Он не превышает коэффициенты в рассматриваемых опытах (см. таблицу 4).

**Заключение.** На основе принципа Даламбера—Лагранжа разработана методика силового анализа приводного механизма цепного агрегата. Рассмотрены случаи, когда кривошип уравновешен и неуравновешен. Проведены экспериментальные исследования приводного механизма цепного агрегата с применением датчика крутящего момента М40-1к. Выполнены сравнения полученных теоретических результатов с опытными. Исследованный диапазон изменения длины кривошипа  $r$  и его частоты вращения  $n_k$  находится в границах реально функционирующего цепного агрегата, что позволяет использовать разработанную методику силового анализа совместно с полученными выше коэффициентами влияния  $k_{cp}$ ,  $k_{max}$  при проектировании приводного механизма цепного агрегата. Приведенные в таблице 4 значения величин позволяют легко совершить переход к механической мощности  $N = M\omega_k$ .

#### Список цитируемых источников

1. Патент ЕАПО № 038851, № 202090391 ; В02С 19/16. Агрегат для переработки неоднородных и сложных по составу и свойствам материалов : заявлено 26.02.2020 ; опублик. 28.10.2021 / Сиваченко Л. А., Потапов В. А., Сиваченко Т. Л.
2. Потапов, В. А. Исследование влияния режимов работы цепного агрегата на показатели процесса измельчения мела в технологии производства извести / В. А. Потапов, Л. А. Сиваченко, В. А. Дремук // Вестник БарГУ. Серия «Технические науки». — 2021. — № 9. — С. 37—43.
3. Сиваченко, Л. А. Многоцелевые технологические аппараты с гибким волновым рабочим оборудованием / Л. А. Сиваченко, В. А. Потапов, М. С. Кузьменкова // Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова. — 2022. — № 9. — С. 88—98.

4. Патапаў, У. А. Камбінаваны метады сілавых аналізаў прываднага механізма ланцужага аграгата / У. А. Патапаў, С. І. Русан, Л. А. Сівачэнка // Вестник БарГУ. Серия «Технические науки». — 2022. — № 2. — С. 36—46.
5. Хвясько, Г. М. Курс тэарэтычнай механікі : вучэб. дапаможнік для студэнтаў выш. тэхніч. навуч. устаноў / Г. М. Хвясько. — Мінск : БДТУ, 2000. — 354 с.
6. Хвясько, Г. М. Тэарэтычная механіка. Практыкум : вучэб. дапаможнік для студэнтаў тэхн. спецыяльнасцей устаноў, якія забяспечваюць атрыманне выш. адукацыі : у 2 ч. / Г. М. Хвясько. — Мінск : БДТУ, 2005. — Ч. 2. — 200 с.
7. Распрацоўка алгарытму аналітычнага метаду кінематычнага аналізу чатырохзвеннага механізма ланцужага аграгата / У. А. Патапаў, С. І. Русан, Л. А. Сівачэнка, С. У. Болатаў // Вестник Брестского государственного технического университета. — 2022. — № 2. — С. 105—112.
8. Адлер, Ю. П. Введение в планирование эксперимента / Ю. П. Адлер. — М. : Металлургия, 1968. — 158 с.
9. Зедгинидзе, И. Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем / И. Г. Зедгинидзе. — М. : Наука, 1976. — 390 с.
10. Саутин, С. Н. Планирование эксперимента в химии и химической технологии / С. Н. Саутин. — Л. : Химия, 1975. — 48 с.
11. Леонов, А. Н. Основы научных исследований и моделирования : учеб.-метод. комплекс / А. Н. Леонов, М. М. Дечко, В. Б. Ловкис. — Минск : БГАТУ, 2010. — 276 с.
12. Леонов, А. Н. Основы научных исследований в примерах и задачах : учеб.-метод. пособие / А. Н. Леонов, М. М. Дечко, В. Б. Ловкис. — Минск : БГАТУ, 2013. — 136 с.

Поступила в редакцию 19.09.2024.